



International Journal of Sanskrit Research

अनन्ता

ISSN: 2394-7519

IJSR 2023; 9(2): 183-190

© 2023 IJSR

www.anantaajournal.com

Received: 30-12-2022

Accepted: 01-02-2023

डॉ. ज्योति

असिस्टेंट प्रोफेसर, संस्कृत एवं प्राच्य विद्या
अध्ययन संस्थान, जवाहरलालनेहरू
विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

डॉ. आशीष कुमार

असिस्टेंट प्रोफेसर, संस्कृत संकाय, मानविकी
विद्यापीठ, इम्फू, दिल्ली, भारत

डॉ. अनीता रानी

संस्कृत शिक्षिका, राजकीय कन्या उच्चतर
माध्यमिक विद्यालय नम्बर - 2, उत्तम नगर,
दिल्ली, भारत

डॉ. प्रीति

असिस्टेंट प्रोफेसर, संस्कृत विभाग,
विवेकानन्द महाविद्यालय, दिल्ली
विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

सन्ध्या मिश्रा

प्राइमरी अध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय
ठठेरिया, उत्तर-प्रदेश, भारत

Corresponding Author:

डॉ. ज्योति

असिस्टेंट प्रोफेसर, संस्कृत एवं प्राच्य विद्या
अध्ययन संस्थान, जवाहरलालनेहरू
विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

वैदिक गणितीय सूत्र 'शून्यं साम्यसमुच्चये' की विविध आनुप्रयोगिक विधियाँ

डॉ. ज्योति, डॉ. आशीष कुमार, डॉ. अनीता रानी, डॉ. प्रीति, सन्ध्या मिश्रा

प्रस्तावना

जगद्गुरु स्वामी श्री भारती कृष्ण तीर्थ महाराज जी के द्वारा वैदिक गणित के 16 सूत्र व 13 उपसूत्र बतलाये गए हैं, जिनके माध्यम से अत्यंत सरल व मौखिक रूप से गणित के कठिन प्रश्नों को भी शीघ्रताशीघ्र हल किया जा सकता है। गणित की विभिन्न शाखाओं पर ये सूत्र लागू होते हैं; यथा अंकगणित, बीजगणित, रेखा गणित – समतल तथा गोलीय त्रिकोणमिति – समतल एवं घन ज्यामितीय और वैश्लेषिक। शंकव, ज्योतिर्विज्ञान, समाकल तथा अवकल-कलन इत्यादि में भी ये सूत्र उपयोगी हैं। वस्तुतः शुद्ध तथा प्रयुक्त गणित में ऐसा कोई भाग नहीं है, जिसमें इनका अनुप्रयोग न हो। इन्हीं सूत्रों में से एक सूत्र है 'शून्यं साम्यसमुच्चये'। इस सूत्र के माध्यम से बीजगणित (Algebra) के कुछ विशेष समीकरणों (Equation) को बड़ी ही आसानी से हल किया जा सकता है।

'शून्यं साम्यसमुच्चये' सूत्र का अर्थ

सूत्र का अर्थ = समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है। (If the Samucchyha is same then it is zero.)

इस सूत्र के 6 अनुप्रयोग हैं, जिनके बारे में आगे बताया जायेगा। इस सूत्र के माध्यम से हम बीजगणित के सामान्य समीकरणों को आसानी से हल कर सकते हैं। सर्वप्रथम यहाँ यह जानना आवश्यक है कि बीजगणित किसे कहते हैं ?

बीजगणित को अंग्रेजी भाषा में 'Algebra' कहा जाता है। इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं - जब हम कहते हैं कि अशोक ने 4 आम खरीदे तो यह निश्चित हो जाता है कि आमों की संख्या न तो 4 से कम है न अधिका। इस प्रकार संख्या 4 से हम एक परिमित संख्या का बोध करते हैं। परन्तु जब हम कहते हैं कि अशोक ने कुछ आम खरीदे तो हमें किसी निश्चित संख्या का बोध नहीं होता। गणित में इसे इस प्रकार कहा जाता है - अशोक ने x आम खरीदे। यहाँ कुछ के स्थान पर x आदि किसी चिह्न का प्रयोग किया जाता है। इस स्थान पर x एक ऐसी संख्या है, जिसका मान (value) हमें ज्ञात नहीं है। इसे हम अज्ञात संख्या अथवा चर संख्या (variable) कहते हैं। जिनका मान हमें ज्ञात होता है उन्हें अचर संख्या (Constant Number) कहते हैं यथा - 3, 8, 10, 27 आदि। अज्ञात अथवा चर संख्याओं के लिए x, y, z अथवा a, b, c, d, p, q आदि अथवा किसी भी अन्य संकेत चिह्न का प्रयोग किया जा सकता है। संकेत के रूप में प्रयुक्त इन अक्षरों या चिह्नों का ही दूसरा नाम बीज है। इन बीजों की सहायता से जब मूलभूत संक्रियाएँ की जाती हैं, तो गणित की इस शाखा को बीजगणित कहा जाता है।

यहाँ यह भी जानना आवश्यक है कि समीकरण किसे कहते हैं ? एक समीकरण चर पर एक प्रतिबन्ध होता है। प्रतिबन्ध यह है कि दोनों व्यंजकों के मान बराबर होने चाहिए। इन दोनों व्यंजकों में से कम से कम एक में चर अवश्य होना चाहिए। यथा - (i) $3x + 5 = 60$, (ii) $10y - 20 = 80$, (iii) $4x + 5 = 6x - 25$

चर राशि का मान ज्ञात करना ही समीकरण का हल होता है यथा -

- $3x + 5 = 60$ इस समीकरण में चर राशि (x) का मान ज्ञात करें
- यहाँ दो व्यंजक है (i) $3x + 5$ व (ii) 60 तथा दोनों के बीच में बराबर का चिह्न लगा हुआ है अर्थात् दोनों व्यंजकों के मान बराबर हैं
- इन दोनों व्यंजकों में से एक व्यंजक में चर राशि (x) उपलब्ध है, जिसका मान हमें ज्ञात करना है |
- $3x + 5 = 60$
- $3x = 60 - 5$
- $3x = 55$
- $x = 55/3$
- इस समीकरण में चर राशि का मान है $x = 55/3$

इसे अब एक अन्य उदाहरण से समझते हैं -

- $10y - 20 = 80$ इस समीकरण में चर राशि (y) का मान ज्ञात करें
- यहाँ दो व्यंजक है (i) $10y - 20$ व (ii) 80 तथा दोनों के बीच में बराबर का चिह्न लगा हुआ है अर्थात् दोनों व्यंजकों के मान बराबर हैं
- इन दोनों व्यंजकों में से एक व्यंजक में चर राशि (y) उपलब्ध है, जिसका मान हमें ज्ञात करना है |
- $10y - 20 = 80$
- $10y = 80 + 20$
- $10y = 100$
- $y = 100/10$
- $y = 10$
- इस समीकरण में चर राशि का मान है $y = 10$

इसे अब एक अन्य उदाहरण से समझते हैं -

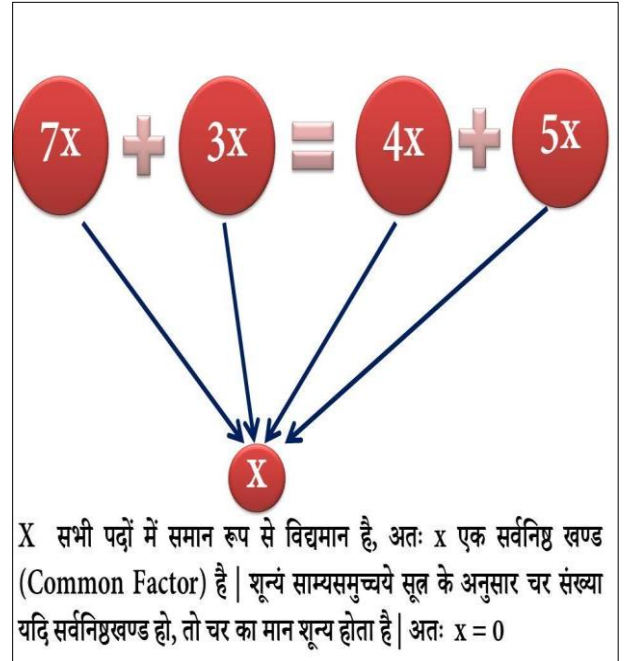
- $4x + 5 = 6x - 25$ इस समीकरण में चर राशि (x) का मान ज्ञात करें
- यहाँ दो व्यंजक है (i) $4x + 5$ व (ii) $6x - 25$ तथा दोनों के बीच में बराबर का चिह्न लगा हुआ है अर्थात् दोनों व्यंजकों के मान बराबर हैं
- इन दोनों व्यंजकों में चर राशि (x) उपलब्ध है, जिसका मान हमें ज्ञात करना है |
- $4x + 5 = 6x - 25$
- $5 + 25 = 6x - 4x$
- $30 = 2x$
- $30/2 = x$
- $15 = x$
- इस समीकरण में चर राशि का मान है $x = 15$

सर्वनिष्ठ खण्ड (Common Factor) विधि

यदि किसी समीकरण (Equation) के प्रत्येक पद में चर पद सर्वनिष्ठ खण्ड (Common Factor) हो, तो उस सर्वनिष्ठ खण्ड का मान शून्य (0) होता है | (If the common factor is same then the factor is zero) आइये इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं -

- हमारे पास एक समीकरण है - $7x + 3x = 4x + 5x$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |

- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)
- $7x + 3x = 4x + 5x$ इस समीकरण के बाएँ पक्ष ($7x + 3x$) दो पद हैं, व दाएँ पक्ष ($4x + 5x$) में भी दो पद हैं, अतः इस समीकरण में कुल में चार पद हैं -
- 1. $7x$
- 2. $3x$
- 3. $4x$
- 4. $5x$
- इन चारों पदों में x एक चर पद है, यहाँ इस x को सर्वनिष्ठ खण्ड अथवा Common Factor कहा जाता है, क्योंकि यह सभी पदों में समान रूप से पाया जा रहा है |
- इस अनुप्रयोग में यह बतलाया गया है कि यदि किसी समीकरण के प्रत्येक पद में चर सर्वनिष्ठ खण्ड अथवा Common Factor हो, जो सभी पदों में समान रूप से पाया जाता है, तो उस सर्वनिष्ठ खण्ड का मान शून्य (0) होता है |
- $7x + 3x = 4x + 5x$ में x एक सर्वनिष्ठ खण्ड अथवा Common Factor है, अतः $7x + 3x = 4x + 5x$ इस समीकरण में x का मान शून्य है, $x = 0$.

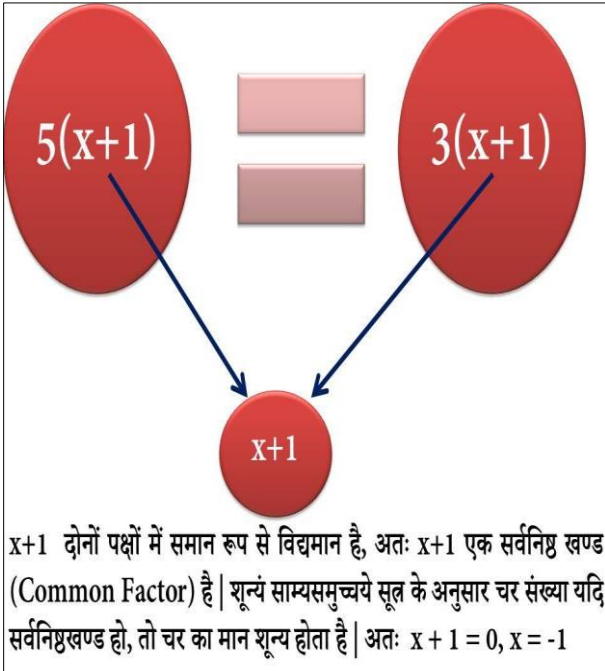


आइये इसे अब एक अन्य उदाहरण के माध्यम से समझते हैं -

- हमारे पास एक समीकरण है - $5(x+1) = 3(x+1)$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का

मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)

- $5(x+1) = 3(x+1)$ इस समीकरण के बाएँ व दाएँ दोनों पक्षों में $(x+1)$ समान रूप से पाया जा रहा है |
- $5(x+1) = 3(x+1)$ इस समीकरण में $(x+1)$ को सर्वनिष्ठ खण्ड अथवा Common Factor कहा जाता है, क्योंकि यह बाएँ व दाएँ दोनों पक्षों में समान रूप से पाया जा रहा है |
- इस अनुप्रयोग में यह बतलाया गया है कि यदि किसी समीकरण के प्रत्येक पद में चर सर्वनिष्ठ खण्ड अथवा Common Factor हो, जो सभी पदों में समान रूप से पाया जाता है, तो उस सर्वनिष्ठ खण्ड का मान शून्य (0) होता है |
- $5(x+1) = 3(x+1)$ इस समीकरण में
- $(x+1)$ एक सर्वनिष्ठ खण्ड अथवा Common Factor है
- अतः $5(x+1) = 3(x+1)$ इस समीकरण में $(x+1)$ का मान शून्य है, $x+1 = 0$.
- $x = -1$

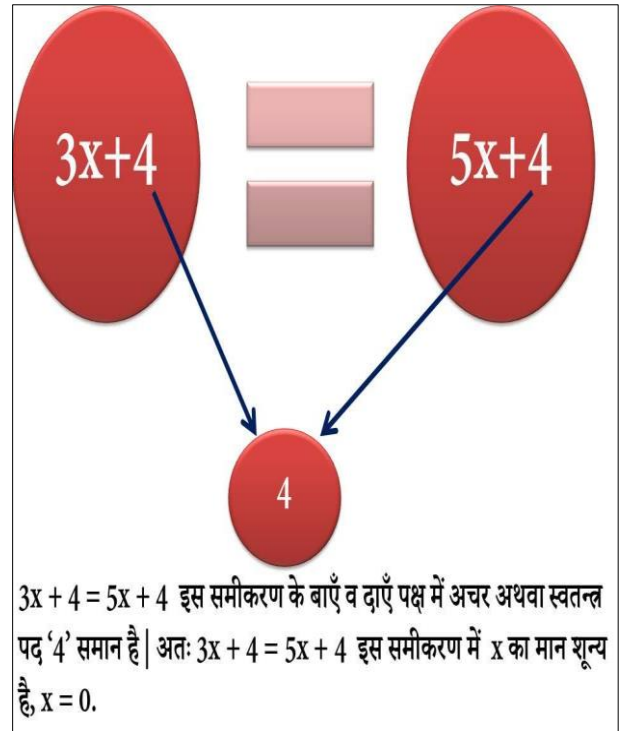


स्वतन्त्र (अचर) पद समान विधि

- यदि किसी एक घातीय समीकरण (Linear Equation) के दोनों पक्षों में स्वतन्त्र पद (अचर पद) समान हो, तो उस चर (Variable) का मान शून्य (0) होता है | (If the product of independent term is same, then variable is zero) आइये इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं –
- हमारे पास एक समीकरण है $-3x + 4 = 5x + 4$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का

मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)

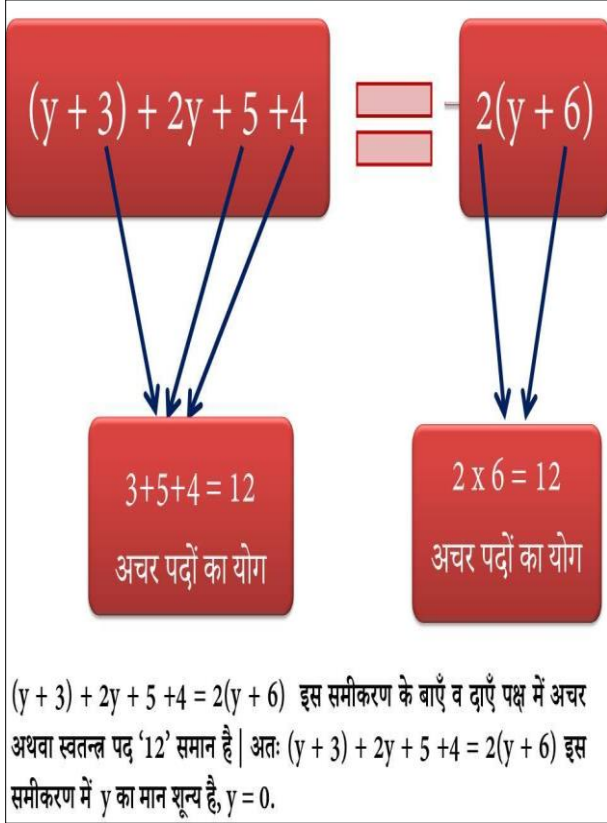
- $3x + 4 = 5x + 4$ इस समीकरण के बाएँ पक्ष $(3x + 4)$ में $3x$ चर पद है व 4 अचर अथवा स्वतन्त्र पद है | इसी प्रकार इस समीकरण के दाएँ पक्ष $(5x + 4)$ $5x$ चर पद है व 4 अचर अथवा स्वतन्त्र पद है | अतः इस समीकरण के बाएँ व दाएँ पक्ष में अचर अथवा स्वतन्त्र पद समान है |
- इस अनुप्रयोग में यह बतलाया गया है कि यदि किसी एक घातीय समीकरण के दोनों पक्षों में अचर पद समान हो, तो चर का मान शून्य होता है |
- $3x + 4 = 5x + 4$ इस समीकरण के बाएँ व दाएँ पक्ष में अचर अथवा स्वतन्त्र पद '4' समान है | अतः $3x + 4 = 5x + 4$ इस समीकरण में x का मान शून्य है, $x = 0$.



आइये इसे अब एक अन्य उदाहरण के माध्यम से समझते हैं –

- हमारे पास एक समीकरण है $-(y + 3) + 2y + 5 + 4 = 2(y + 6)$
- यहाँ हमें y (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)
- $(y + 3) + 2y + 5 + 4 = 2(y + 6)$ इस समीकरण के बाएँ पक्ष $(y + 3) + 2y + 5 + 4$ में अचर अथवा स्वतन्त्र पद हैं $-3 + 5 + 4 = 12$ |
- अब इस समीकरण के दाएँ पक्ष $2(y + 6)$ अचर अथवा स्वतन्त्र पद देखते हैं | यहाँ 2 को y व 6 से गुणा करें $= 2 \times y = 2y$, $2 \times 6 = 12$

- $(y + 3) + 2y + 5 + 4 = 2(y + 6)$ इस समीकरण के दाएँ पक्ष में अचर अथवा स्वतन्त्र पद 12 है |
- इस अनुप्रयोग में यह बतलाया गया है कि यदि किसी एक घातीय समीकरण के दोनों पक्षों में अचर पद समान हो, तो चर का मान शून्य होता है |
- $(y + 3) + 2y + 5 + 4 = 2(y + 6)$ इस समीकरण के बाएँ व दाएँ पक्ष में अचर अथवा स्वतन्त्र पद '12' समान है | अतः $(y + 3) + 2y + 5 + 4 = 2(y + 6)$ इस समीकरण में y का मान शून्य है, $y = 0$.

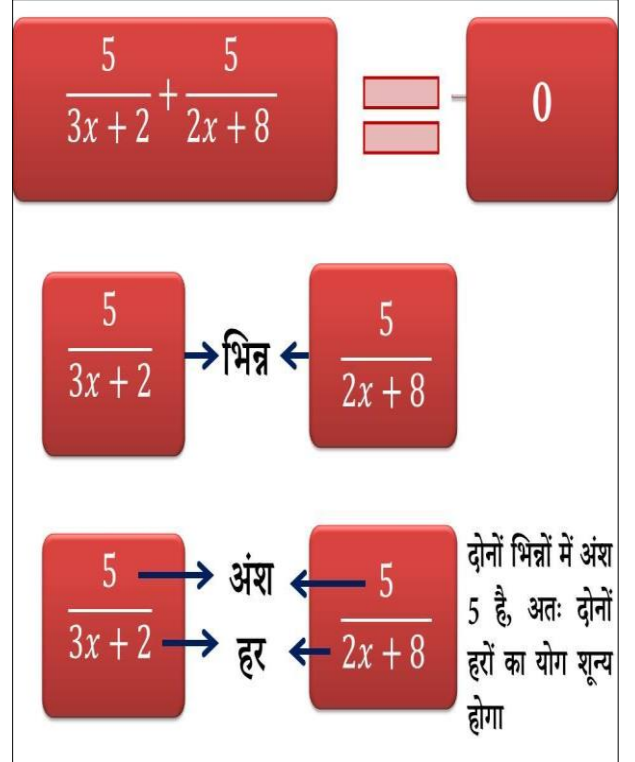


समान अंश (numerator) विधि

यदि किसी समीकरण (Equation) में दोनों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) परस्पर समान हों, तो उनके हरों (denominators) का योग शून्य (0) रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है | (If the numerators are same then sum of denominators is zero.) आइये इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं –

- हमारे पास एक समीकरण है - $5/3x+2 + 5/2x+8 = 0$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)
- $5/3x+2 + 5/2x+8 = 0$ इस समीकरण में दो भिन्न (Fractions) हैं – (i) $5/3x+2$ (ii) $5/2x+8$
- दोनों भिन्नो में अंश 5 है तथा हर $3x+2$ व $2x+8$ है

- इस समीकरण (Equation) में दोनों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) '5' परस्पर समान हैं, अतः इनके हरों (denominators) का योग शून्य (0) रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होगा |

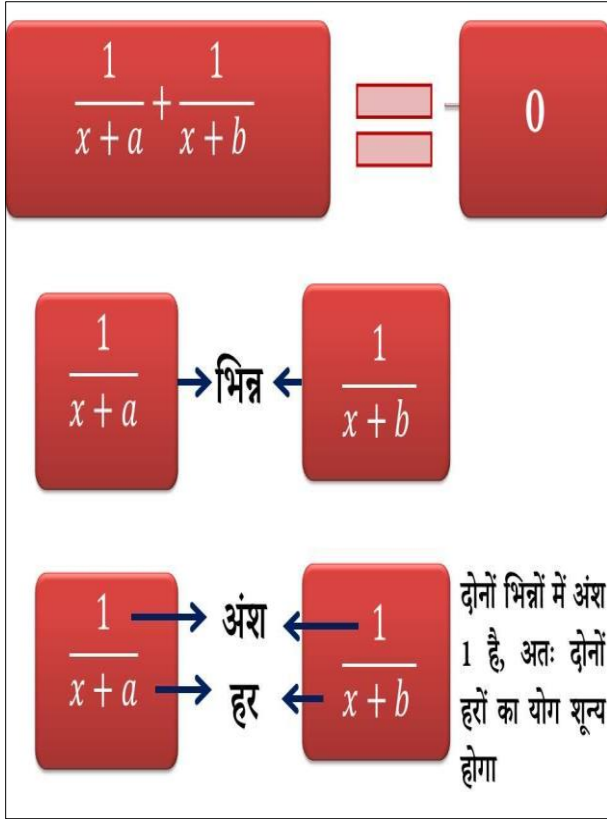


- $3x+2 + 2x+8 = 0$
- $3x+2x + 2 + 8 = 0$
- $5x + 10 = 0$
- $5x = -10$
- $x = -10/5$
- $x = -2$
- $5/3x+2 + 5/2x+8 = 0$ इस समीकरण दोनों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) '5' परस्पर समान हैं, अतः इनके हरों (denominators) का योग शून्य (0) रखने पर चर राशि (x) का मान प्राप्त हुआ, $x = -2$.

आइये इसे अब एक अन्य उदाहरण के माध्यम से समझते हैं -

- हमारे पास एक समीकरण है - $1/x+a + 1/x+b = 0$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)
- $1/x+a + 1/x+b = 0$ इस समीकरण में दो भिन्न (Fractions) हैं – (i) $1/x+a$ (ii) $1/x+b$
- दोनों भिन्नो में अंश 1 है तथा हर $x+a$ व $x+b$ है

- इस समीकरण (Equation) में दोनों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) '1' परस्पर समान हैं, अतः इनके हरों (denominators) का योग शून्य (0) रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होगा |



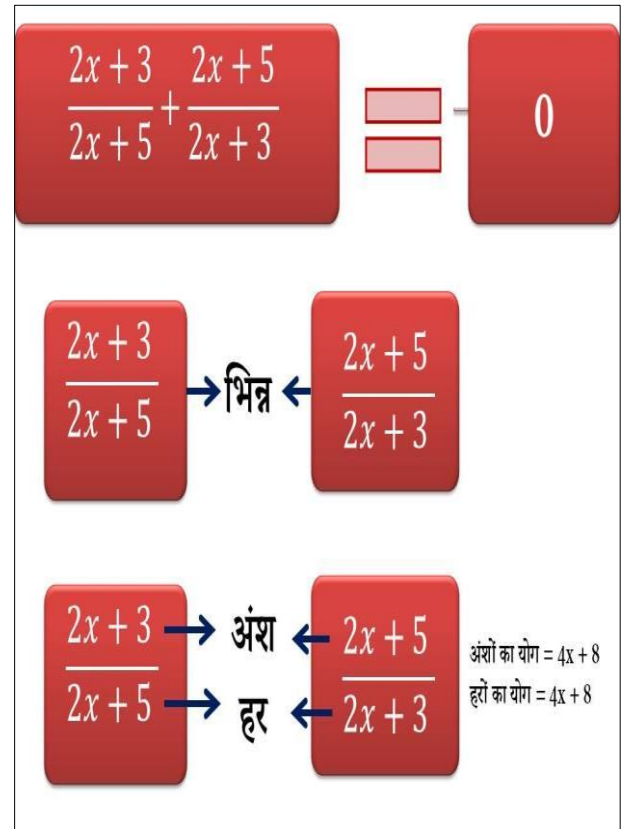
- $x+a + x+b = 0$
- $x+x + a + b = 0$
- $2x + a + b = 0$
- $2x = -a - b$
- $x = -a - b/2$ अथवा $x = -(a+b)/2$
- $1/ x+a + 1 / x+b = 0$ इस समीकरण दोनों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) '1' परस्पर समान हैं, अतः इनके हरों (denominators) का योग शून्य (0) रखने पर चर राशि (x) का मान प्राप्त हुआ, $x = -a - b/2$ अथवा $x = -(a+b)/2$

अंश (numerator) तथा हर (Denominators) का योग समान हो

यदि किसी समीकरण (Equation) के दोनों पक्षों के अंशों का योग तथा उसके हरों का योग परस्पर समान हो, अथवा दोनों का योग एक निश्चित अनुपात में हो तो किसी भी योग को शून्य के समान रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है | (If the sum of numerators and sum of denominators is same, then both the sums are Zero.) आइये इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं –

- हमारे पास एक समीकरण है - $2x+3/2x+5 = 2x+5/2x+3$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |

- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)
- $2x+3/2x+5 = 2x+5/2x+3$ इस समीकरण में दो भिन्न (Fractions) हैं – (i) $2x+3/2x+5$ (ii) $2x+5/2x+3$
- दोनों भिन्नो में अंश $2x+3$ व $2x+5$ है तथा हर $2x+5$ व $2x+3$ है
- इस अनुप्रयोग में यह बतलाया गया है कि यदि किसी समीकरण (Equation) के दोनों पक्षों के अंशों का योग तथा उसके हरों का योग परस्पर समान हो अथवा दोनों का योग एक निश्चित अनुपात में हो तो किसी भी योग को शून्य के समान रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है |
- इस समीकरण (Equation) में दोनों भिन्नो (Fractions) के अंशों (numerators) का योग है $2x + 3 + 2x + 5 = 4x + 8$
- इस समीकरण (Equation) में दोनों भिन्नो (Fractions) के हरों (denominators) का योग है $2x + 5 + 2x + 3 = 4x + 8$



- अतः इस समीकरण (Equation) के दोनों भिन्नो (Fractions) के अंशों (numerators) व हरों (denominators) का योग परस्पर समान है $4x+8$
- योग समान होने के कारण योग को शून्य के समान रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है |
- $4x + 8 = 0$
- $4x = -8$
- $x = -8/4$

- $x = -2$
- $2x+3/2x+5 = 2x+5/2x+3$ इस समीकरण के दोनों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) व हर का योग परस्पर समान है, अतः दोनों में से किसी भी योग को शून्य (0) के बराबर रखने पर चर राशि (x) का मान प्राप्त हुआ, $x = -2$.

आइये इसे अब एक अन्य उदाहरण के माध्यम से समझते हैं -

- हमारे पास एक समीकरण है $-3x+4/6x+7 = x+1/2x+3$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)
- $3x+4/6x+7 = x+1/2x+3$ इस समीकरण में दो भिन्न (Fractions) हैं - (i) $3x+4/6x+7$ (ii) $x+1/2x+3$
- दोनों भिन्नो में अंश $3x+4$ व $x+1$ है तथा हर $6x+7$ व $2x+3$ है
- इस अनुप्रयोग में यह बतलाया गया है कि यदि किसी समीकरण (Equation) के दोनों पक्षों के अंशों का योग तथा उसके हरों का योग परस्पर समान हो अथवा दोनों का योग एक निश्चित अनुपात में हो तो किसी भी योग को शून्य के समान रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है |
- इस समीकरण (Equation) में दोनों भिन्नो (Fractions) के अंशों (numerators) का योग है $3x + 4 + x + 1 = 4x + 5$
- इस समीकरण (Equation) में दोनों भिन्नो (Fractions) के हरों (denominators) का योग है $6x + 7 + 2x + 3 = 8x + 10$ अथवा $2(4x+5)$

$$\frac{3x+4}{6x+7} + \frac{x+1}{2x+3} = 0$$

$$\frac{3x+4}{6x+7} \rightarrow \text{भिन्न} \leftarrow \frac{x+1}{2x+3}$$

$$\frac{3x+4}{6x+7} \rightarrow \text{अंश} \leftarrow \frac{x+1}{2x+3}$$

$$\frac{3x+4}{6x+7} \rightarrow \text{हर} \leftarrow \frac{x+1}{2x+3}$$

अंशों का योग = $4x + 5$
हरों का योग = $8x + 10$
अथवा $2(4x+5)$

- अतः इस समीकरण (Equation) के दोनों भिन्नो (Fractions) के अंशों (numerators) व हरों (denominators) का योग $1/2$ अनुपात में है |
- योग निश्चित अनुपात में होने के कारण योग को शून्य के समान रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है |
- $4x + 5 = 0$
- $4x = -5$
- $x = -5/4$
- $3x+4/6x+7 = x+1/2x+3$ इस समीकरण के दोनों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) व हर का योग एक निश्चित अनुपात में है, अतः दोनों में से किसी भी योग को शून्य (0) के बराबर रखने पर चर राशि (x) का मान प्राप्त हुआ, $x = -5/4$.

अंश (numerator) तथा हर (Denominators) का अन्तर समान हो

यदि किसी समीकरण (Equation) के एक पक्ष के अंश व हर का अन्तर दूसरे पक्ष के अंश व हर के अन्तर के समान हो अथवा दोनों अन्तर एक निश्चित अनुपात में हो तो किसी भी अन्तर को शून्य के समान रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है | (If differences of numerator and denominator is same, then both the sums are Zero.)
आइये इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं -

- हमारे पास एक समीकरण है $-3x+4/2x+1 = x-8/2x-5$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)
- $3x+4/2x+1 = x-8/2x-5$ इस समीकरण में दो भिन्न (Fractions) हैं - (i) $3x+4/2x+1$ (ii) $x-8/2x-5$
- दोनों भिन्नो में अंश $3x+4$ व $x-8$ है तथा हर $2x+1$ व $2x-5$ है
- इस अनुप्रयोग में यह बतलाया गया है कि यदि किसी समीकरण (Equation) के एक पक्ष के अंश व हर का अन्तर दूसरे पक्ष के अंश व हर के अन्तर के समान हो अथवा दोनों अन्तर एक निश्चित अनुपात में हो तो किसी भी अन्तर को शून्य के समान रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है |
- इस समीकरण (Equation) में बाएँ पक्ष के अंश व हर का अन्तर है $3x + 4 - (2x + 1) = 3x + 4 - 2x - 1 = x + 3$
- इस समीकरण (Equation) में दाएँ पक्ष के अंश व हर का अन्तर है $x - 8 - (2x - 5) = x - 8 - 2x + 5 = -x - 3 = -(x+3)$

Diagram illustrating the process of finding the least common denominator (LCD) for the equation $\frac{3x+4}{2x+1} + \frac{x-8}{2x-5} = 0$.

The equation is shown as $\frac{3x+4}{2x+1} + \frac{x-8}{2x-5} = 0$.

The numerators are $3x+4$ and $x-8$, and the denominators are $2x+1$ and $2x-5$.

The common denominator is identified as $x+3$.

The resulting equation is $\frac{3x+4}{2x+1} + \frac{x-8}{2x-5} = 0$.

Labels: अंश (Numerator), हर (Denominator), भिन्न (Fraction).

बाएँ पक्ष के अंश व हर का अन्तर = $x+3$
दाएँ पक्ष के अंश व हर का अन्तर = $-(x+3)$

- यहाँ दोनों पक्षों का अन्तर समान है यहाँ (-) अथवा (+) से कोई भेद नहीं होता अतः दोनों में से किसी भी एक अन्तर को शून्य के बराबर मान लेना चाहिए, जिससे चर राशि का मान प्राप्त हो सके |
- $x + 3 = 0$
- $x = -3$
- $3x+4/2x+1 = x-8/2x-5$ इस समीकरण के दोनों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) व हर का अन्तर परस्पर समान है, अतः दोनों में से किसी भी अन्तर को शून्य (0) के बराबर रखने पर चर राशि (x) का मान प्राप्त हुआ, $x = -3$.

अंश (numerator) समान हो तथा बाएँ व दाएँ पक्ष के हरों (Denominators) का योग समान हो

यदि किसी समीकरण (Equation) के प्रत्येक पक्ष में दो पद हों और प्रत्येक पद का अंश परस्पर समान हो तथा बाएँ पक्ष के हरों का योग दाएँ पक्ष के हरों के योग के समान हो तो इस योग को शून्य के बराबर रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है | (If differences of numerator and denominator is same, then both the sums are Zero.) आइये इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं –

- हमारे पास एक समीकरण है - $1/x+7 + 1/x+9 = 1/x+6 + 1/x+10$
- यहाँ हमें x (चर पद) का मान (value) ज्ञात करना है |
- यहाँ हम शून्य साम्यसमुच्चये सूत्र का प्रयोग कर के इसे बड़ी ही सरलता से हल कर सकते हैं |
- सूत्र कहता है कि समुच्चय समान होने पर शून्य होता है। अर्थात् जब किसी समीकरण (Equation) में समुच्चय एक समान है, तो उस समुच्चय का मान शून्य होता है | (If the Samucchya is same then it is zero.)

- $1/x+7 + 1/x+9 = 1/x+6 + 1/x+10$ इस समीकरण में चार भिन्न (Fractions) हैं – (i) $1/x+7$ (ii) $1/x+9$ (iii) $1/x+6$ (iv) $1/x+10$
- चारों भिन्नो में अंश '1' है तथा हर $x+7$, $x+9$, $x+6$ व $x+10$ है
- इस अनुप्रयोग में यह बतलाया गया है कि यदि किसी समीकरण (Equation) के प्रत्येक पक्ष में दो पद हों और प्रत्येक पद का अंश परस्पर समान हो तथा बाएँ पक्ष के हरों का योग दाएँ पक्ष के हरों के योग के समान हो, तो इस योग को शून्य के बराबर रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है |
- इस समीकरण (Equation) में प्रत्येक भिन्न का अंश '1' है
- इस समीकरण (Equation) में बाएँ पक्ष के हरों का योग है $x+7 + x+9 = 2x+16$
- इस समीकरण (Equation) में दाएँ पक्ष के हरों का योग है $x+6 + x+10 = 2x+16$

Diagram illustrating the process of finding the least common denominator (LCD) for the equation $\frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+10}$.

The equation is shown as $\frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+10}$.

इस समीकरण (Equation) में प्रत्येक भिन्न का अंश '1' है
बाएँ पक्ष के हरों का योग है $x+7 + x+9 = 2x+16$
दाएँ पक्ष के हरों का योग है $x+6 + x+10 = 2x+16$

- अतः बाएँ पक्ष के हरों का योग व दाएँ पक्ष के हरों का योग समान है $2x+16$
- इस समीकरण (Equation) के प्रत्येक पक्ष में दो पद हैं और प्रत्येक पद का अंश परस्पर समान है तथा बाएँ पक्ष के हरों का योग दाएँ पक्ष के हरों के योग के समान है, अतः इस योग को शून्य के बराबर रखने पर चर राशि का मान प्राप्त होता है |
- $2x+16 = 0$
- $2x = -16$
- $x = -16/2$
- $x = -8$
- $1/x+7 + 1/x+9 = 1/x+6 + 1/x+10$ इस समीकरण के चारों भिन्नो (Fractions) के अंश (numerators) समान हैं व दोनों पक्षों के हरों का योग भी समान है, अतः दोनों पक्षों में से किसी भी एक के हरों के योग को शून्य (0) के बराबर रखने पर चर राशि (x) का मान प्राप्त हुआ, $x = -8$.

इस शोध पत्र में हमने सर्वप्रथम यह जाना कि बीजगणित व समीकरण कहते किसे हैं तत्पश्चात् बीजगणित के कुछ समीकरणों को बड़े ही रोचक

तरीके से हल करने की प्रक्रिया को समझा। शून्यं साम्यसमुच्चये सूत्र के माध्यम से बीजगणित के कुछ समीकरणों बड़ी ही सरलता व शीघ्रता से हल किया जा सकता है।

सन्दर्भ

1. Ancient Indian mathematics – T.S Bhanumurthy, wiley eastern ltd. Lucknow.
2. History of Indian mathematics Dr. BB Dutta and Dr. A.N. Singh
3. Vedic metaphysics S bharati krisna tirthji Motilal Banarasidas Delhi
4. गणित का इतिहास – सुधाकर द्विवेदी, बनारस प्रभाकरी प्रिंटिंग प्रेस, वाराणसी
5. लीलावती भास्कराचार्य, चौखम्बा विद्याभवन, वाराणसी
6. वैदिक गणित – भारती कृष्णा तीर्थ, मोतीलाल बनारसी दास, दिल्ली २०११
7. वैदिक गणित भाग १, २, ३, ४ दिलीप कुलकर्णी, पुणे
8. वैदिक गणित विहंगम दृष्टि डॉ. कैलाश विश्वकर्मा
9. वैदिक गणित समग्र दृष्टि डॉ. कैलाश, श्रीमती किरण शर्मा ब्रह्मानन्द स्नातकोत्तर महाविद्यालय हमीरपुर उत्तर प्रदेश
10. वैदिक गणित सम्बन्धी सम्पूर्ण साहित्य – डॉ. नरेंद्र पुरी, रुड़की विश्वविद्यालय उत्तर प्रदेश
11. सिद्धान्त शिरोमणि भास्कराचार्य चौखम्बा विद्याभवन, वाराणसी