



International Journal of Sanskrit Research

अनन्ता

ISSN: 2394-7519

IJSR 2022; 8(4): 270-283

© 2022 IJSR

www.anantaajournal.com

Received: 26-06-2022

Accepted: 30-07-2022

डॉ. ज्योति

असिस्टेंट प्रोफेसर, संस्कृत एवं प्राच्य विद्या
अध्ययन संस्थान, जवाहरलालनेहरू
विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

डॉ. आशीष कुमार

असिस्टेंट प्रोफेसर, संस्कृत संकाय, मानविकी
विद्यापीठ, इन्डू, दिल्ली, भारत

डॉ. अनीता रानी

संस्कृत शिक्षिका, राजकीय कन्या उच्चतर
माध्यमिक विद्यालय नम्बर-2, उत्तम नगर,
दिल्ली, भारत

डॉ. प्रीति

असिस्टेंट प्रोफेसर, संस्कृत विभाग,
विवेकानन्द महाविद्यालय, दिल्ली
विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

सन्ध्या मिश्रा

प्राइमरी अध्यापिका, प्राथमिक विद्यालय,
ठठेरिया, उत्तर-प्रदेश, भारत

Corresponding Author:

डॉ. ज्योति

असिस्टेंट प्रोफेसर, संस्कृत एवं प्राच्य विद्या
अध्ययन संस्थान, जवाहरलालनेहरू
विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

वैदिक गणितीय सूत्र 'निखिलं नवतः चरमं दशतः' की विविध आनुप्रयोगिक विधियाँ

डॉ. ज्योति, डॉ. आशीष कुमार, डॉ. अनीता रानी, डॉ. प्रीति, सन्ध्या मिश्रा

प्रस्तावना

जगद्गुरु स्वामी श्री भारती कृष्ण तीर्थ महाराज जी के द्वारा वैदिक गणित के 16 सूत्र व 13 उपसूत्र बतलाये गए हैं, जिनके माध्यम से अत्यंत सरल व मौखिक रूप से गणित के कठिन प्रश्नों को भी शीघ्रातिशीघ्र हल किया जा सकता है। गणित की विभिन्न शाखाओं पर ये सूत्र लागू होते हैं; यथा अंकगणित, बीजगणित, रेखा गणित – समतल तथा गोलीय त्रिकोणमिति – समतल एवं घन ज्यामितीय और वैश्लेषिक। शंकव, ज्योतिर्विज्ञान, समाकल तथा अवकल-कलन इत्यादि में भी ये सूत्र उपयोगी हैं। वस्तुतः शुद्ध तथा प्रयुक्त गणित में ऐसा कोई भाग नहीं है, जिसमें इनका अनुप्रयोग न हो। इन्हीं सूत्रों में से एक सूत्र है 'निखिलं नवतः चरमं दशतः'। इस सूत्र के माध्यम से गणित के कुछ विशेष प्रश्नों को बड़ी ही आसानी से हल किया जा सकता है।

'निखिलं नवतः चरमं दशतः' सूत्र का अर्थ

सूत्र का अर्थ = निखिल अर्थात् सम्पूर्ण को 9 में से तथा चरम अर्थात् इकाई के अंक अथवा अन्तिम अंक को 10 में से।

इस एक सूत्र के माध्यम से हम गुणा, घटाना व भाग कर सकते हैं। आइये सबसे पहले हम इस सूत्र से व्यवकलन विधि को जानेंगे।

व्यवकलन विधि

व्यवकलन को ही घटाना भी कहा जाता है। यदि 10, 100, 1000, 10,000 आदि संख्या में से किसी संख्या को घटाना हो, तो वहाँ निखिलं नवतः चरमं दशतः का प्रयोग किया जाता है। निखिलं नवतः चरमं दशतः सूत्र का अर्थ है – संख्या के निखिल अंकों को 9 में से तथा चरम अर्थात् अन्तिम अंक को 10 में से घटाया जाए।

यहाँ हम इकाई अर्थात् चरम या अन्तिम अंक को 10 में से घटाएँगे तथा अन्य सभी अंकों को 9 में से घटाएँगे।

- उदाहरण के तौर पर यदि हमें 1000 में से 753 घटाना है।
- सूत्र कहता है कि निखिल अंक को 9 में से घटाएँ, अतः यहाँ हम बाएँ ओर से निखिल अंक 7 को 9 में से घटाएँगे $9 - 7 = 2$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 753 \\ \hline 9 - 7 = 2 \end{array}$$

- फिर 5 को 9 में से घटाएँगे $9 - 5 = 4$
- उदाहरण के तौर पर यदि हमें 100000 में से 75 घटाना है।
- यहाँ पहली संख्या (100000) में 5 शून्य हैं परन्तु दूसरी संख्या में केवल (75) 2 अंक हैं, अतः हम 75 से पहले तीन शून्य लगाकर शून्य व अंकों की संख्या बराबर कर लेंगे $100000 - 00075$

- सूत्र कहता है कि निखिल अंक को 9 में से घटाएँ अतः अब हम बाएँ ओर से निखिल अंक 0 को 9 में से घटाएंगे $9 - 0 = 9$
- फिर 0 को 9 में से घटाएंगे $9 - 0 = 9$
- फिर 0 को 9 में से घटाएंगे $9 - 0 = 9$
- अब हम 7 को 9 में से घटाएंगे $9 - 7 = 2$
- अब अन्तिम अंक अर्थात् चरम अंक 5 को 10 में से घटाएंगे $10 - 5 = 5$

$$\begin{array}{r} 100000 \\ - 00075 \\ \hline 99925 \end{array}$$

9-0=9, 9-0=9, 9-0=9, 9-7=2, 10-5=5

- अतः $100000 - 00075 = 99925$

$$\begin{array}{r} 100000 \\ - 00075 \\ \hline 99925 \end{array}$$

गुणन विधि

दो संख्याओं को गुणा करना

यहाँ हम दो संख्याओं को निखिलं विधि से गुणा करना सीखेंगे। दो संख्याओं से तात्पर्य है -9×7 , 46×43 , 576×534 आदि। इसके बाद हम दो से अधिक संख्याओं को एक साथ निखिलं विधि से गुणा करना भी सीखेंगे, यथा $-11 \times 12 \times 13 = ?$, $102 \times 103 \times 104 = ?$ आदि

इस विधि में गुणा करने के लिये हम 10 को आधार मानकर संख्याएँ लिखते हैं। इस आधार की सहायता से ही हम स्थानीय मान जान पाते हैं। निखिलम् विधि से गुणा तब किया जाता है, जब संख्याएँ आधार या उपाधार के समीप होती हैं। दस, सौ, हजार आदि आधार कहलाते हैं। बीस, तीस, पचास, दो सौ, चार सौ आदि उपाधार कहलाते हैं।

सर्वप्रथम 10 की घात के रूप में आधार जानना चाहिये, जो दी गई संख्या के समीप हो। यदि दी गई संख्या आधार से बड़ी है, तो उस संख्या में से आधार को घटा देना चाहिए व बची हुई संख्या को धनात्मक (+) चिह्न के साथ लिख देना चाहिए। यदि दी गई संख्या आधार से छोटी है, तो उस संख्या में से आधार को घटा देना चाहिए व बची हुई संख्या को ऋणात्मक (-) चिह्न के साथ लिख देना चाहिए। यथा -

संख्या	आधार	विचलन
14	10	+4
8	10	-2
108	100	+8
994	1000	6
संख्या	उपाधार	विचलन
37	40	-3
21	20	+1
48	50	-2

विचलन जानने के लिए 2 प्रचलित विधियाँ हैं - (क) समान आधार संख्या से विचलन तथा (ख) समान उपाधार संख्या से विचलन। आइये सबसे पहले प्रथम विधि अर्थात् समान आधार संख्या से विचलन के माध्यम से गुणन विधि को जानें -

समान आधार संख्या से विचलन

धनात्मक (+) विचलन वाले प्रश्नों को हल करने की विधि

- उदाहरण के तौर पर हमें 12 को 13 से गुणा करना है $-12 \times 13 = ?$
- यहाँ दोनों संख्याओं का आधार 10 है।
- 12 का आधार 10 से विचलन है $+2$
- 13 का आधार 10 से विचलन है $+3$
- यहाँ उत्तर के दो भाग होंगे - एक दायें भाग व दूसरा बायाँ भाग
- उत्तर का दायें भाग प्राप्त करने के लिये दोनों विचलनों को गुणा कर दें $= 2 \times 3 = 6$
- उत्तर का दायें भाग है $= 6$ ।

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

आधार विचलन
10 +2
10 +3

2 x 3 = 6

- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि उत्तर के दायें भाग में उतने ही अंक रखे जाने चाहिये जितने आधार में शून्य होते हैं।
- बायें भाग के उत्तर को प्राप्त करने की चार विधियाँ हैं।
- (1) ऊपर की संख्या में नीचे का विचलन जोड़ दिया जाए $-12 + 3 = 15$ अथवा

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

विचलन
+2
+3

12 + 3 = 15
उत्तर का बायाँ भाग

2 x 3 = 6
उत्तर का दायें भाग

- (2) नीचे की संख्या में ऊपर का विचलन जोड़ दिया जाए $-13 + 2 = 15$ अथवा

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

विचलन
+2
+3

13 + 2 = 15
उत्तर का बायाँ भाग

2 x 3 = 6
उत्तर का दायें भाग

- (3) आधार संख्या में दोनों विचलन जोड़ दें $-10 + 2 + 3 = 15$ अथवा

$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$	विचलन $+2$ $+3$
$10 \text{ (आधार)} + 2 + 3 = 15$ उत्तर का बायाँ भाग	$2 \times 3 = 6$ उत्तर का दायीं भाग

- (4) दोनों संख्याओं को जोड़कर उसमें से आधार घटा दें – $12 + 13 = 25$,
 $25 - 10 = 15$

$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$	विचलन $+2$ $+3$
$12 + 13 = 25$, $25 - 10 \text{ (आधार)} = 15$ उत्तर का बायाँ भाग	$2 \times 3 = 6$ उत्तर का दायीं भाग

- चारों स्थितियों में उत्तर एक ही आता है। अभ्यास चारों विधियों का करना चाहिए व जिस प्रश्न में जो विधि सरल लगे उस विधि का प्रयोग कर लेना चाहिये।
- उत्तर का बायाँ भाग है – 15
- अतः $12 \times 13 = 156$

$\begin{array}{r} 12 \\ \times 13 \\ \hline 156 \end{array}$
--

अतिरिक्त अंक वाले प्रश्नों को हल करने की विधि

- उदाहरण के तौर पर हमें 19 को 17 से गुणा करना है – $19 \times 17 = ?$
- यहाँ दोनों संख्याओं का आधार 10 है।
- 19 का आधार 10 से विचलन है $+9$
- 17 का आधार 10 से विचलन है $+7$
- यहाँ उत्तर के दो भाग होंगे - एक दायीं भाग व दूसरा बायाँ भाग
- उत्तर का दायीं भाग प्राप्त करने के लिये दोनों विचलनों को गुणा कर दें $= 9 \times 7 = 63$

$\begin{array}{r} 19 \\ \times 17 \\ \hline \end{array}$	आधार विचलन $10 +9$ $10 +7$
$9 \times 7 = 63$	

- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि उत्तर के दायीं भाग में उतने ही अंक रखे जाने चाहिये जितने आधार में शून्य होते हैं।

- यहाँ आधार (10) है, इसमें एक ही शून्य है। अतः दाएँ भाग में भी एक ही अंक रहना चाहिए। इस कारण दायीं भाग के उत्तर में केवल 3 ही रखा जायेगा व 6 बाएँ भाग के उत्तर में जोड़ दिया जायेगा। यह 6 अतिरिक्त अंक कहा जाता है।

$\begin{array}{r} 19 \\ \times 17 \\ \hline \end{array}$	आधार विचलन $10 +9$ $10 +7$
$9 \times 7 = 63$	6 3 अतिरिक्त अंक उत्तर का दायीं भाग

- बायें भाग के उत्तर को प्राप्त करने की चार विधियाँ हैं।
- (1) ऊपर की संख्या में नीचे का विचलन जोड़ दिया जाए – $19 + 7 = 26$ अथवा

$\begin{array}{r} 19 \\ \times 17 \\ \hline \end{array}$	विचलन $+9$ $+7$
$19 + 7 = 26$	6 3 अतिरिक्त अंक उत्तर का दायीं भाग

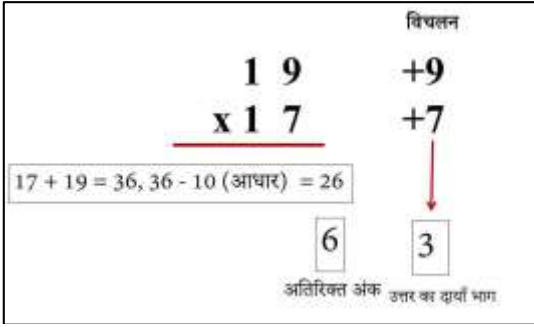
- (2) नीचे की संख्या में ऊपर का विचलन जोड़ दिया जाए – $17 + 9 = 26$ अथवा

$\begin{array}{r} 19 \\ \times 17 \\ \hline \end{array}$	विचलन $+9$ $+7$
$17 + 9 = 26$	6 3 अतिरिक्त अंक उत्तर का दायीं भाग

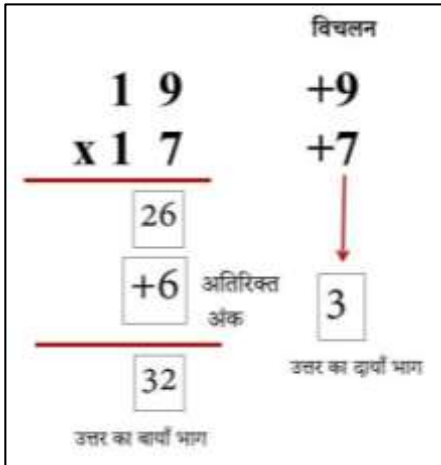
- (3) आधार संख्या में दोनों विचलन जोड़ दें – $10 + 7 + 9 = 26$ अथवा

$\begin{array}{r} 19 \\ \times 17 \\ \hline \end{array}$	विचलन $+9$ $+7$
$10 \text{ (आधार)} + 7 + 9 = 26$	6 3 अतिरिक्त अंक उत्तर का दायीं भाग

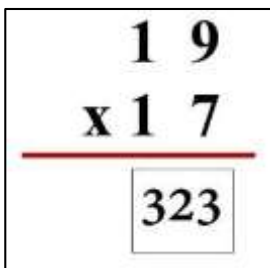
- (4) दोनों संख्याओं को जोड़कर उसमें से आधार घटा दें - $17 + 19 = 36$,
 $36 - 10 = 26$



- चारों स्थितियों में उत्तर एक ही आता है। अभ्यास चारों विधियों का करना चाहिए व जिस प्रश्न में जो विधि सरल लगे उस विधि का प्रयोग कर लेना चाहिये।
- उत्तर का बायाँ भाग प्राप्त करने के लिए 26 में अतिरिक्त अंक 6 जोड़ दें = $26 + 6 = 32$

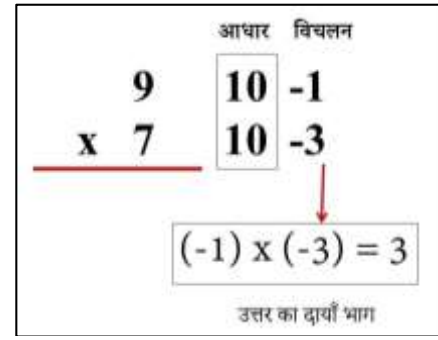


- अतः $19 \times 17 = 323$



ऋणात्मक (-) विचलन वाले प्रश्नों को हल करने की विधि

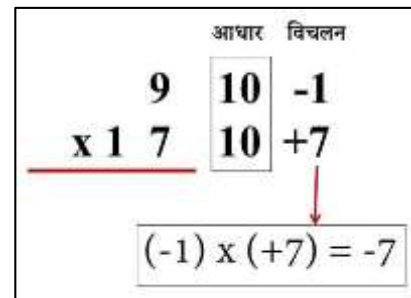
- अब एक उदाहरण लेते हैं। हमें 9 को 7 से गुणा करना है $9 \times 7 = ?$
- यहाँ दोनों संख्याओं का आधार 10 है।
- 9 का आधार 10 से विचलन है = -1
- 7 का आधार 10 से विचलन है = -3
- यहाँ उत्तर के दो भाग होंगे - एक दाययाँ भाग व दूसरा बायाँ भाग
- उत्तर का दाययाँ भाग प्राप्त करने के लिये दोनों विचलनों को गुणा कर दें = $-1 \times -3 = 3$
- उत्तर का दाययाँ भाग है = 3।



- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि उत्तर के दाययेँ भाग में उतने ही अंक रखे जाने चाहिये जितने आधार में शून्य होते हैं।
- बायें भाग के उत्तर को प्राप्त करने की चार विधियाँ हैं।
- (1) ऊपर की संख्या में नीचे का विचलन जोड़ दिया जाए $-9 + (-3) = 6$ अथवा
- (2) नीचे की संख्या में ऊपर का विचलन जोड़ दिया जाए $-7 + (-1) = 6$ अथवा
- (3) आधार संख्या में दोनों विचलन जोड़ दें $-10 + (-3) + (-1) = 6$ अथवा
- (4) दोनों संख्याओं को जोड़कर उसमें से आधार घटा दें $-9 + 7 = 16$, $16 - 10 = 6$
- चारों स्थितियों में उत्तर एक ही आता है। अभ्यास चारों विधियों का करना चाहिए व जिस प्रश्न में जो विधि सरल लगे उस विधि का प्रयोग कर लेना चाहिये।
- उत्तर का बायाँ भाग है - 6
- अतः $9 \times 7 = 63$

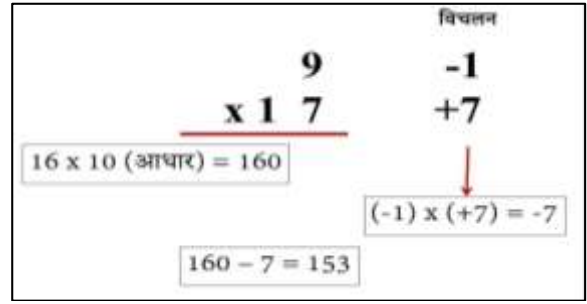
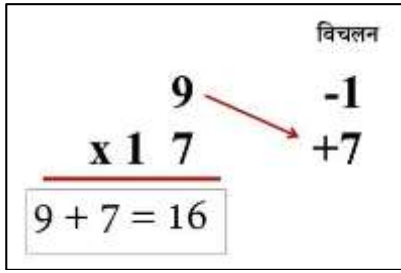
ऋणात्मक (-) व धनात्मक (+) विचलन वाले प्रश्नों को हल करने की विधि

- अब एक उदाहरण से इसे समझते हैं - हमें 9 को 17 से गुणा करना है $-9 \times 17 = ?$
- यहाँ दोनों संख्याओं का आधार 10 है।
- 9 का आधार 10 से विचलन है = -1
- 7 का आधार 10 से विचलन है = +7
- यहाँ उत्तर के दो भाग होंगे - एक दाययाँ भाग व दूसरा बायाँ भाग
- अब दोनों विचलनों को गुणा कर दें = $(-1) \times (+7) = -7$
- यहाँ उत्तर हमें ऋणात्मक (-7) प्राप्त हुआ है।



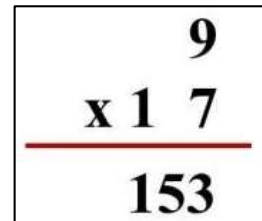
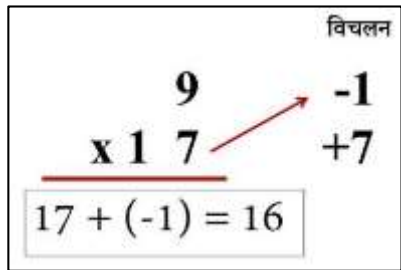
- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि उत्तर के दाययेँ भाग में उतने ही अंक रखे जाने चाहिये जितने आधार में शून्य होते हैं।
- बायें भाग के उत्तर को प्राप्त करने की चार विधियाँ हैं।

- (1) ऊपर की संख्या में नीचे का विचलन जोड़ दिया जाए $9 + (+7) = 16$ अथवा



- अतः $9 \times 17 = 153$.

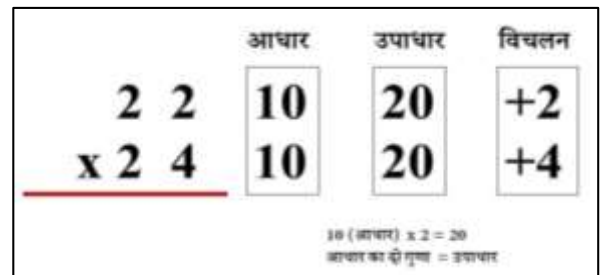
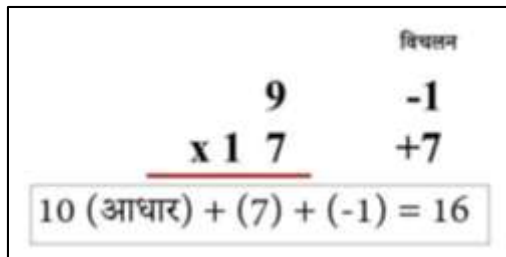
- (2) नीचे की संख्या में ऊपर का विचलन जोड़ दिया जाए $-17 + (-1) = 16$ अथवा



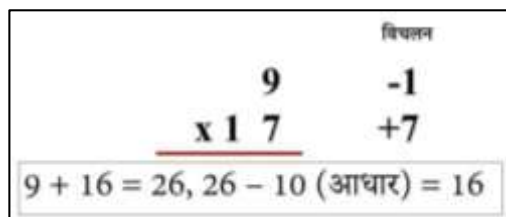
समान उपाधार संख्या से विचलन

- उदाहरण के तौर पर हमें 22 को 24 से गुणा करना है $-22 \times 24 = ?$
- यहाँ दोनों संख्याओं का आधार 10 तथा उपाधार 20 है।
- यहाँ उपाधार आधार का दो गुणा है $-10 \times 2 = 20$
- 22 का उपाधार 20 से विचलन है $= +2$
- 24 का उपाधार 20 से विचलन है $= +4$

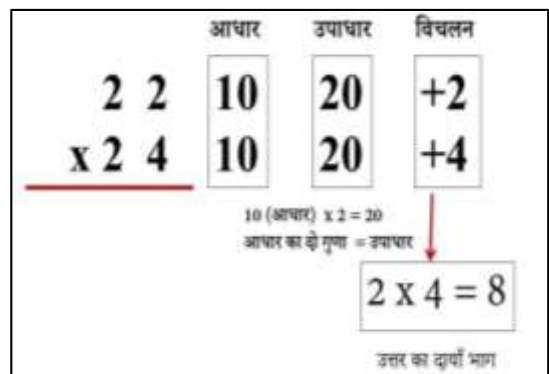
- (3) आधार संख्या में दोनों विचलन जोड़ दें $-10 + (+7) + (-1) = 16$ अथवा



- (4) दोनों संख्याओं को जोड़कर उसमें से आधार घटा दें $-9 + 17 = 26$, $26 - 10 = 16$



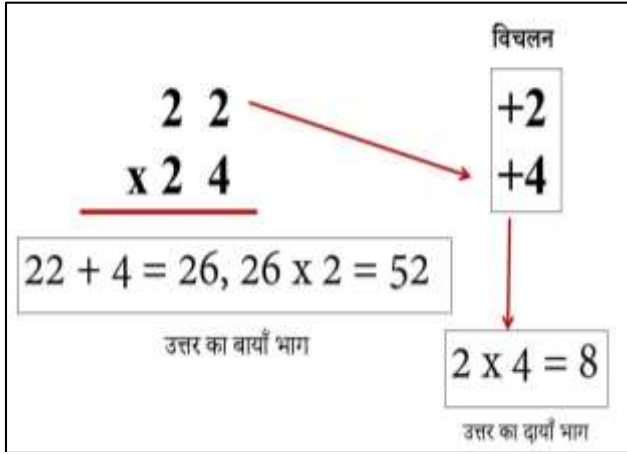
- यहाँ उत्तर के दो भाग होंगे - एक दायें भाग व दूसरा बायाँ भाग
- उत्तर का दायें भाग प्राप्त करने के लिये दोनों विचलनों को गुणा कर दें $= 2 \times 4 = 8$
- उत्तर का दायें भाग है -8 ।



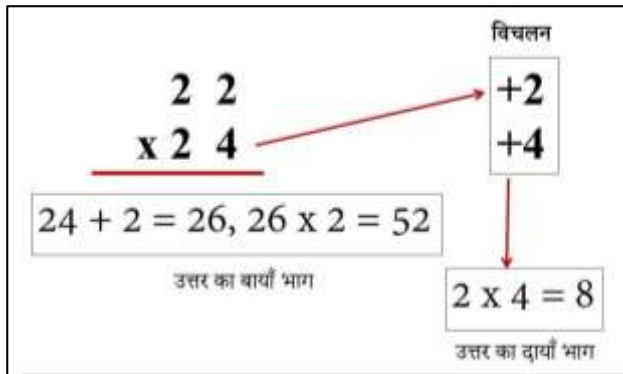
- चारों स्थितियों में उत्तर एक ही आता है। अभ्यास चारों विधियों का करना चाहिए व जिस प्रश्न में जो विधि सरल लगे उस विधि का प्रयोग कर लेना चाहिये।
- उत्तर प्राप्त करने के लिए 16 को आधार संख्या 10 से गुणा कर दें $16 \times 10 = 160$
- अब 160 में से ऋणात्मक (-7) अंक को जोड़ दें $= 160 + (-7) = 153$

- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि उत्तर के दायें भाग में उतने ही अंक रखे जाने चाहिये जितने उपाधार में शून्य होते हैं।

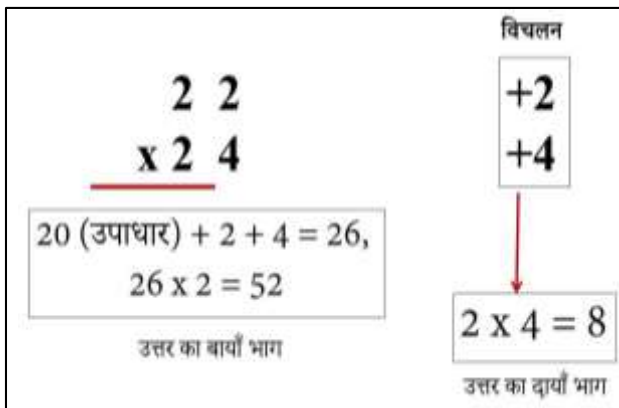
- बायें भाग के उत्तर को प्राप्त करने की चार विधियाँ हैं।
- (1) ऊपर की संख्या में नीचे का विचलन जोड़ दिया जाए, तत्पश्चात् 2 से गुणा कर दिया जाए, क्योंकि उपाधार आधार का दो गुणा है - $22 + 4 = 26$, $26 \times 2 = 52$ अथवा



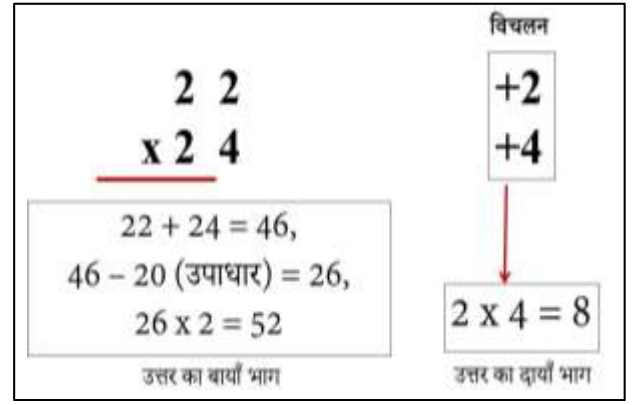
- (2) नीचे की संख्या में ऊपर का विचलन जोड़ दिया जाए, तत्पश्चात् 2 से गुणा कर दिया जाए - $24 + 2 = 26$, $26 \times 2 = 52$ अथवा



- (3) उपाधार संख्या में दोनों विचलन जोड़ दें, तत्पश्चात् 2 से गुणा कर दिया जाए - $20 + 2 + 4 = 26$, $26 \times 2 = 52$ अथवा



- (4) दोनों संख्याओं को जोड़कर उसमें से उपाधार घटा दें, तत्पश्चात् 2 से गुणा कर दिया जाए - $22 + 24 = 46$, $46 - 20 = 26$, $26 \times 2 = 52$

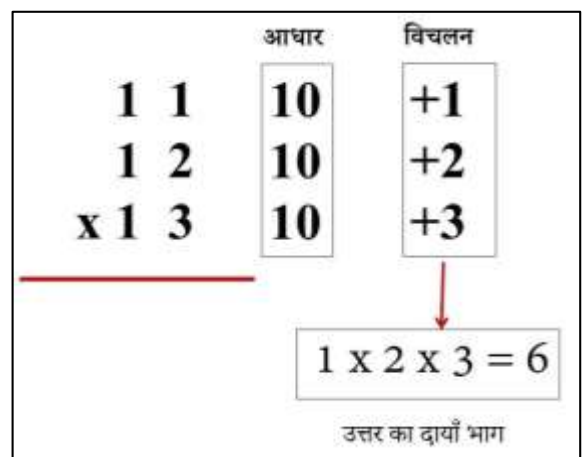


- इस प्रश्न में क्योंकि उपाधार आधार से दो गुणा है, इसलिए बाएँ भाग को 2 से गुणा किया जा रहा है।
- चारों स्थितियों में उत्तर एक ही आता है। अभ्यास चारों विधियों का करना चाहिए व जिस प्रश्न में जो विधि सरल लगे उस विधि का प्रयोग कर लेना चाहिये।
- उत्तर का बायाँ भाग है - 52
- अतः $22 \times 24 = 528$

दो से अधिक संख्याओं को गुणा करना

निखिलं सूत्र के द्वारा दो या दो से अधिक अर्थात् तीन, चार या पाँच अथवा इससे भी अधिक संख्याओं को एक साथ गुणा किया जा सकता है।

- उदाहरण के तौर पर हमें गुणा करना है - $11 \times 12 \times 13 = ?$
- यहाँ तीनों संख्याओं का आधार 10 है।
- 11 का आधार 10 से विचलन है +1
- 12 का आधार 10 से विचलन है +2
- 13 का आधार 10 से विचलन है +3
- यहाँ उत्तर के तीन भाग होंगे - एक दायाँ भाग, दूसरा मध्य भाग व तीसरा बायाँ भाग
- उत्तर का दायाँ भाग प्राप्त करने के लिये तीनों विचलनों को गुणा कर दें = $1 \times 2 \times 3 = 6$
- उत्तर का दायाँ भाग है - 6



- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि उत्तर के दायें व मध्य भाग में उतने ही अंक रखे जाने चाहिये, जितने आधार में शून्य होते हैं।

- उत्तर का मध्य भाग प्राप्त करने के लिए सभी विचलनों को परस्पर गुणा करना है तत्पश्चात् गुणनफल का योग करना है - $(1 \times 2) + (2 \times 3) + (3 \times 1) = 2 + 6 + 3 = 11$

- यहाँ आधार (10) है, उसमें एक ही शून्य है। अतः मध्य भाग में भी एक ही अंक रहना चाहिए। इस कारण मध्य भाग के उत्तर में केवल 1 ही रखा जायेगा व 1 बाएँ भाग के उत्तर में जोड़ दिया जायेगा। यह 1 अतिरिक्त अंक कहा जाता है।

- बायें भाग के उत्तर को प्राप्त करने की पाँच विधियाँ हैं।
- (1) पहली संख्या में अन्य संख्याओं के विचलन जोड़ दिये जाएँ तत्पश्चात् अतिरिक्त 1 अंक भी जोड़ दिया जाए - $11 + 2 + 3 = 16$, $16 + 1 = 17$ अथवा

- (2) दूसरी संख्या में अन्य संख्याओं के विचलन जोड़ दिये जाएँ तत्पश्चात् अतिरिक्त 1 अंक भी जोड़ दिया जाए - $12 + 1 + 3 = 16$, $16 + 1 = 17$ अथवा

- (3) तीसरी संख्या में अन्य संख्याओं के विचलन जोड़ दिये जाएँ तत्पश्चात् अतिरिक्त 1 अंक भी जोड़ दिया जाए - $13 + 1 + 2 = 16$, $16 + 1 = 17$ अथवा

- (4) आधार संख्या में तीनों विचलन जोड़ दें तत्पश्चात् अतिरिक्त 1 अंक भी जोड़ दिया जाए - $10 + 1 + 2 + 3 = 16$, $16 + 1 = 17$ अथवा

- (5) तीनों संख्याओं को जोड़कर उसमें से आधार दो बार घटा दें, तत्पश्चात् अतिरिक्त 1 अंक भी जोड़ दिया जाए - $11 + 12 + 13 = 36$, $36 - 10 = 26$, $26 - 10 = 16$, $16 + 1 = 17$

विचलन

+1
+2
+3

$$\begin{array}{r} 11 \\ 12 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

$11 + 12 + 13 = 36,$
 $36 - 10 = 26, 26 - 10 = 16$

1	1	6
---	---	---

अतिरिक्त अंक उत्तर का मध्य भाग उत्तर का दायीं भाग

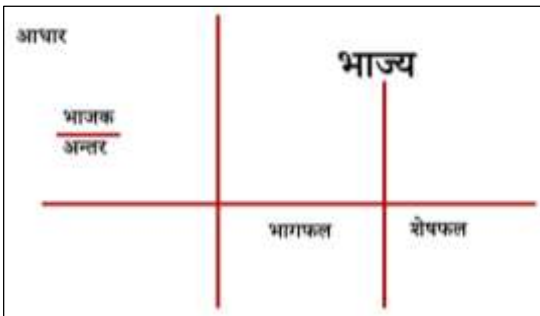
17 उत्तर का बायाँ भाग

- सभी स्थितियों में उत्तर एक ही आता है। अभ्यास पाँचों विधियों का करना चाहिए व जिस प्रश्न में जो विधि सरल लगे उस विधि का प्रयोग कर लेना चाहिये।
- उत्तर का बायाँ भाग है - 17
- अतः $11 \times 12 \times 13 = 1716$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 12 \\ \times 13 \\ \hline 1716 \end{array}$$

भाग विधि

जिस प्रकार निखिलं नवतः चरमं दशतः सूत्र के माध्यम से आधार पद्धति का प्रयोग करके अनेक अंकों का गुणफल सरलता से प्राप्त किया जा सकता है, उसी प्रकार इसी आधार पद्धति से भागफल भी बड़ी सरल विधि से प्राप्त किया जा सकता है। निखिलं नवतः चरमं दशतः सूत्र से भागफल प्राप्त करने की इस विधि को भाग की आधार पद्धति कहा जाता है। भाग की आधार पद्धति को जानने से पहले इस चित्र को ध्यान से देख लें -



भाग की आधार पद्धति से भाग करने के लिये हम 10 को आधार मानकर संख्याएँ लिखते हैं। इस आधार की सहायता से ही हम स्थानीय मान जान पाते हैं। निखिलं नवतः विधि से भाग तब किया जाता है, जब संख्याएँ आधार के समीप होती हैं। दस, सौ, हजार आदि आधार कहलाते हैं।

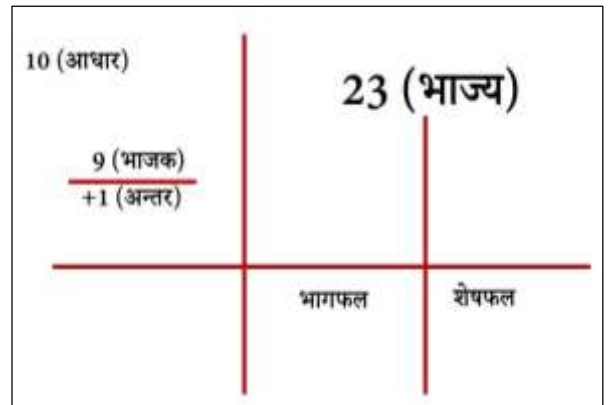
सर्वप्रथम 10 की घात के रूप में आधार जानना चाहिये, जो दी गई संख्या के समीप हो। यदि आधार भाजक संख्या से बड़ा है, तो आधार में से भाजक को घटा देना चाहिए व बची हुई संख्या को धनात्मक (+) चिह्न के साथ लिख देना चाहिए। यदि आधार भाजक संख्या से आधार से छोटा है, तो आधार में से भाजक संख्या को घटा

देना चाहिए व बची हुई संख्या को ऋणात्मक (-) चिह्न के साथ लिख देना चाहिए। यथा -

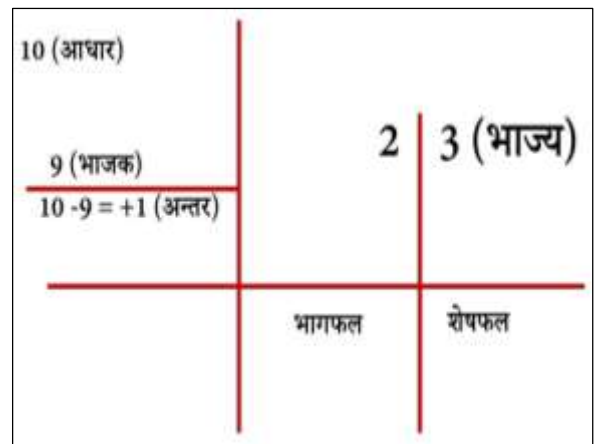
भाजक	आधार	अन्तर
9	10	+1
8	10	+2
98	100	+02
108	100	-08
1003	1000	-003
994	1000	+006

जहाँ अन्तर धनात्मक (+) हो

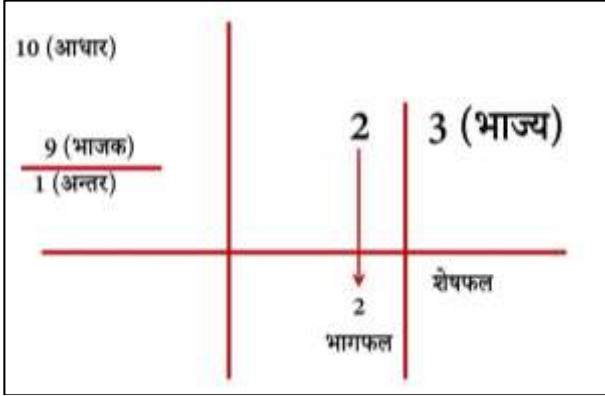
- आइये इस भाग की आधार पद्धति को अब एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं - $23 \div 9$
- यहाँ भाज्य '23' तथा भाजक '9'
- यहाँ भाजक '9' आधार '10' से छोटा है अतः आधार '10' में से भाजक '9' को घटा कर अन्तर प्राप्त करना होगा $10 - 9 = +1$
- अतः आधार = 10, भाजक = 9 व अन्तर = +1



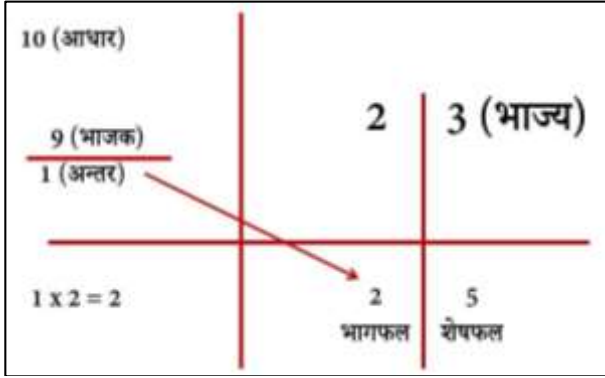
- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि आधार में जितने शून्य होते हैं, भाज्य के इकाई की ओर से उतने ही अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची जाती है।
- यहाँ आधार संख्या (10) में एक शून्य है, अतः भाज्य (23) के इकाई की ओर से एक (3) अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची गई है।
- भाज्य के बाईं ओर भी एक सीधी रेखा खींची गई है। इस रेखा के बाईं ओर भाजक 9 लिखकर उसके नीचे आधार 10 व भाजक 9 का अंतर +1 लिखा गया है।



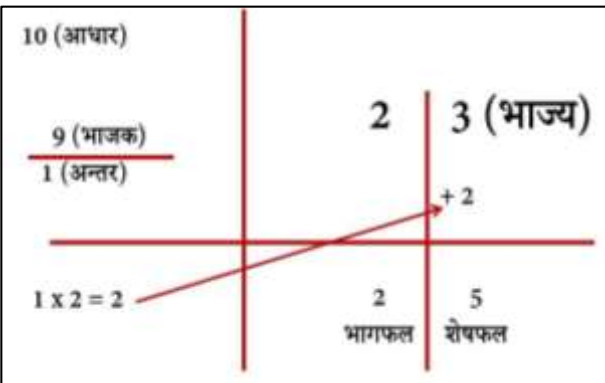
- यहाँ आधार संख्या (10) में एक शून्य है, अतः शेष भी अधिकतम एक ही अंक का होगा।
- अब हम भाज्य 23 के पहले अंक 2 को नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार नीचे लाते हैं, क्योंकि भाग की आधार पद्धति में यह नियम है कि भाज्य का प्रथम अंक यथावत् नीचे उतार लिया जाता है।



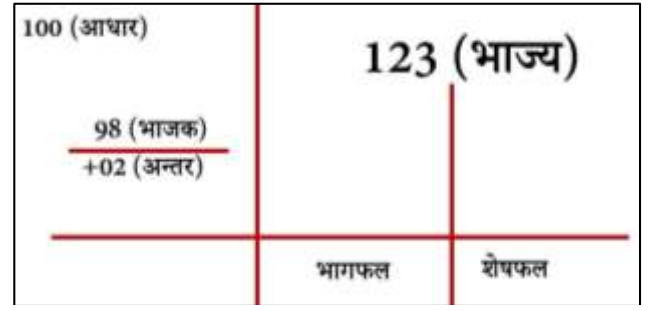
- अब अन्तर (1) को नीचे उतारे गए अंक (2) से गुणा करें = $1 \times 2 = 2$



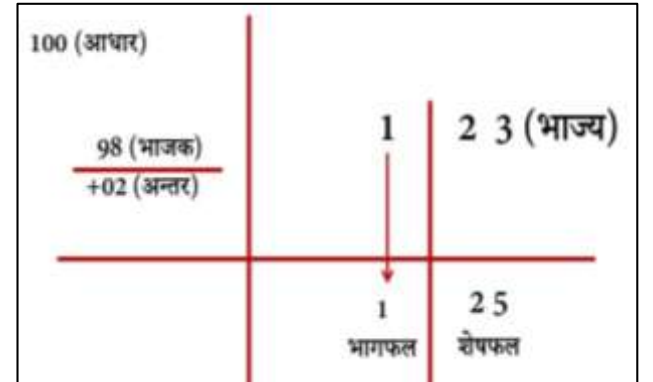
- अब प्राप्त गुणनफल (2) को भाज्य 23 के अगले अंक 3 के नीचे लिखें।



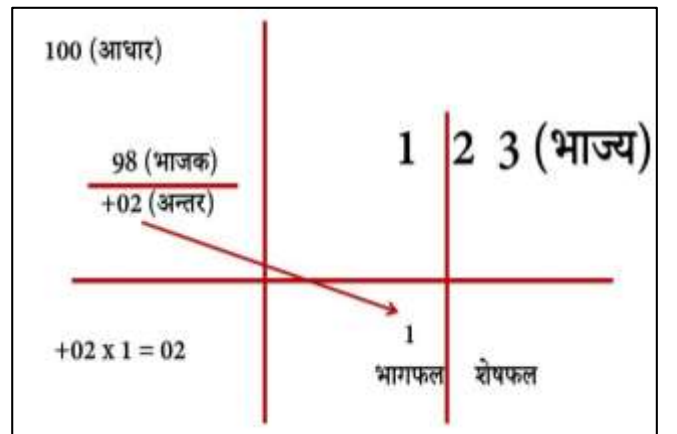
- अब 3 व 2 को जोड़ दें = $3 + 2 = 5$
- एतदनुसार $23 \div 9 =$ भागफल - 2, शेष - 5
- आइये अब अन्य एक उदाहरण के माध्यम से इसे समझते हैं - $123 \div 98$
- यहाँ भाज्य '123' तथा भाजक '98'
- यहाँ भाजक '98' आधार '100' से छोटा है, अतः आधार '100' में से भाजक '98' को घटा कर अन्तर प्राप्त करना होगा $100 - 98 = +02$
- अतः आधार = 100, भाजक = 98 व अन्तर = +02



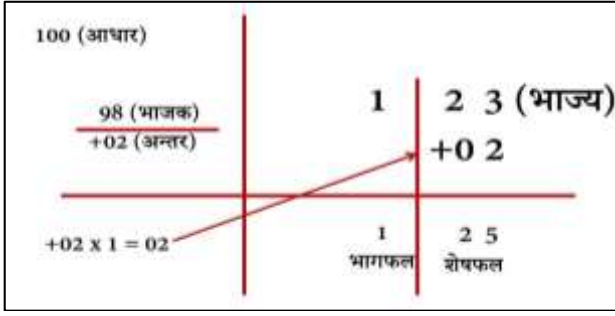
- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि आधार में जितने शून्य होते हैं, भाज्य के इकाई की ओर से उतने ही अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची जाती है।
- यहाँ आधार संख्या (100) में दो शून्य हैं, अतः भाज्य (123) के इकाई की ओर से दो (23) अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची गई है।
- भाज्य के बाईं ओर भी एक सीधी रेखा खींची गई है। इस रेखा के बाईं ओर भाजक 98 लिखकर उसके नीचे आधार 100 व भाजक 98 का अंतर 02 लिखा गया है।
- यहाँ आधार संख्या (100) में दो शून्य हैं, अतः शेष भी अधिकतम दो ही अंकों का होगा।
- अब हम भाज्य 123 के पहले अंक 1 को नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार नीचे लाते हैं, क्योंकि भाग की आधार पद्धति में यह नियम है कि भाज्य का प्रथम अंक यथावत् नीचे उतार लिया जाता है।



- अब अन्तर (02) को नीचे उतारे गए अंक (1) से गुणा करें = $2 \times 1 = 02$



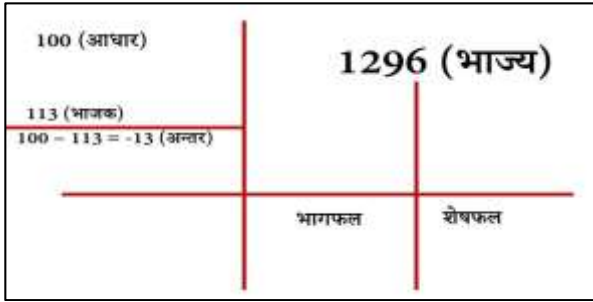
- अब प्राप्त गुणनफल (02) को भाज्य 123 के अगले अंक 23 के नीचे लिखें।
- अब 23 व 02 को जोड़ दें = $23 + 02 = 25$



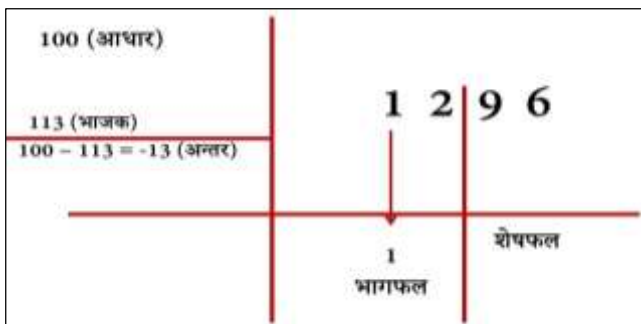
- एतदनुसार $123 \div 98 =$ भागफल - 1, शेष - 25

जहाँ अन्तर ऋणात्मक (-) हो

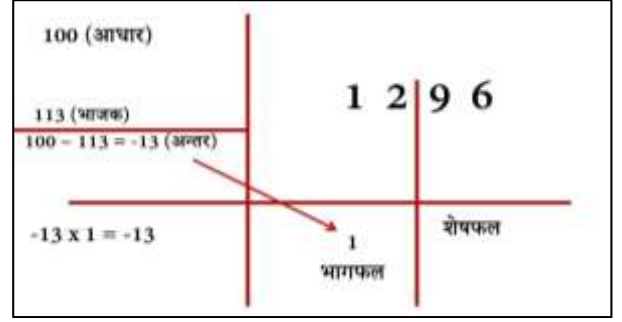
- आइये अब एक उदाहरण के माध्यम से इसे समझते हैं - $1296 \div 113$
- यहाँ भाज्य '1296' तथा भाजक '113'
- यहाँ भाजक '113' आधार '100' से बड़ा है अतः आधार '100' में से भाजक '113' को घटा कर अन्तर प्राप्त करना होगा $100 - 113 = -13$
- अतः आधार = 100, भाजक = 113 व अन्तर = -13



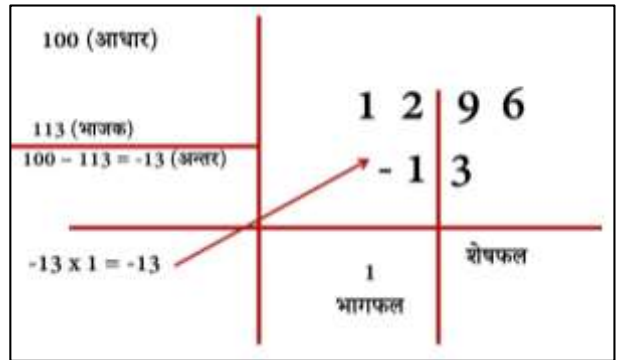
- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि आधार में जितने शून्य होते हैं, भाज्य के इकाई की ओर से उतने ही अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची जाती है।
- यहाँ आधार संख्या (100) में दो शून्य हैं, अतः भाज्य (1296) के इकाई की ओर से पाँच (96) अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची गई है।
- भाज्य के बाईं ओर भी एक सीधी रेखा खींची गई है। इस रेखा के बाईं ओर भाजक 113 लिखकर उसके नीचे आधार 100 व भाजक 113 का अंतर -13 लिखा गया है।
- यहाँ आधार संख्या (100) में दो शून्य हैं, अतः शेष भी अधिकतम दो ही अंकों का होगा।
- अब हम भाज्य 1296 के पहले अंक 1 को नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार नीचे लाते हैं, क्योंकि भाग की आधार पद्धति में यह नियम है कि भाज्य का प्रथम अंक यथावत् नीचे उतार लिया जाता है।



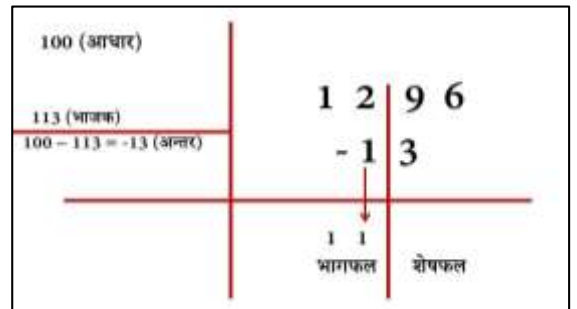
- अब अन्तर (-13) को नीचे उतारे गए अंक (1) से गुणा करें $= -13 \times 1 = -31$, इसे नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार लिखें



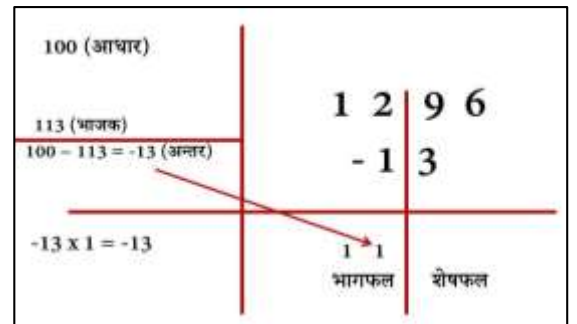
- अब प्राप्त गुणनफल (-31) को भाज्य 1296 के अगले अंक 29 के नीचे लिखें



- 2 में से 1 घटाने पर संख्या प्राप्त हुई $2 - 1 = 1$
- सूत्र का अर्थ = निखिल अर्थात् सम्पूर्ण को 9 में से तथा चरम अर्थात् इकाई के अंक अथवा अन्तिम अंक को 10 में से।



- अब अन्तर (-31) को अगले अंक (1) से गुणा करें $= -31 \times 1 = -31$



- अब प्राप्त गुणनफल (-31) को भाज्य 1296 के अगले अंक 96 के नीचे लिखें।

100 (आधार)	1 2	9 6
113 (भाजक)	- 1	-3
$100 - 113 = -13$ (अन्तर)		
		- 1 -3
$-13 \times 1 = -13$	1 1	भागफल
		शेषफल

- अब प्राप्त अंकों को यथास्थान घटा दिया जाए, घटाने पर भागफल प्राप्त हुआ 11 व शेष - 53

100 (आधार)	1 2	9 6
113 (भाजक)	- 1	-3
$100 - 113 = -13$ (अन्तर)		
		- 1 -3
	1 1	भागफल
		5 3
		शेषफल

- एतदनुसार $1296 \div 113 =$ भागफल - 11, शेष - 53

जहाँ अन्तर ऋणात्मक (-) हो व भागफल में भी ऋणात्मक (-) अंक हो

- आइये अब एक उदाहरण के माध्यम से इसे समझते हैं - $14189 \div 102$
- यहाँ भाज्य '14189' तथा भाजक '102'
- यहाँ भाजक '102' आधार '100' से बड़ा है अतः आधार '100' में से भाजक '102' को घटा कर अन्तर प्राप्त करना होगा $100 - 102 = -02$
- अतः आधार = 100, भाजक = 102 व अन्तर = -02

100 (आधार)	14189 (भाज्य)	
102 (भाजक)		
$100 - 102 = -02$ (अन्तर)		
	भागफल	शेषफल

- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि आधार में जितने शून्य होते हैं, भाज्य के इकाई की ओर से उतने ही अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची जाती है।

- यहाँ आधार संख्या (100) में दो शून्य हैं, अतः भाज्य (14189) के इकाई की ओर से दो (89) अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची गई है।
- भाज्य के बाईं ओर भी एक सीधी रेखा खींची गई है। इस रेखा के बाईं ओर भाजक 102 लिखकर उसके नीचे आधार 100 व भाजक 102 का अंतर -02 लिखा गया है।
- यहाँ आधार संख्या (100) में दो शून्य हैं, अतः शेष भी अधिकतम दो ही अंकों का होगा।
- अब हम भाज्य 14189 के पहले अंक 1 को नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार नीचे लाते हैं, क्योंकि भाग की आधार पद्धति में यह नियम है कि भाज्य का प्रथम अंक यथावत् नीचे उतार लिया जाता है।

100 (आधार)	1 4 1	8 9
102 (भाजक)		
$100 - 102 = -02$ (अन्तर)		
	1	भागफल
		शेषफल

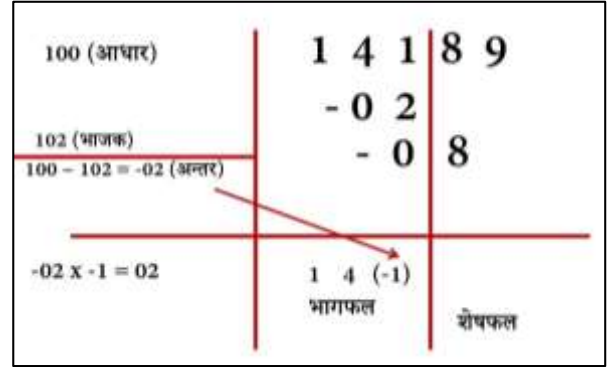
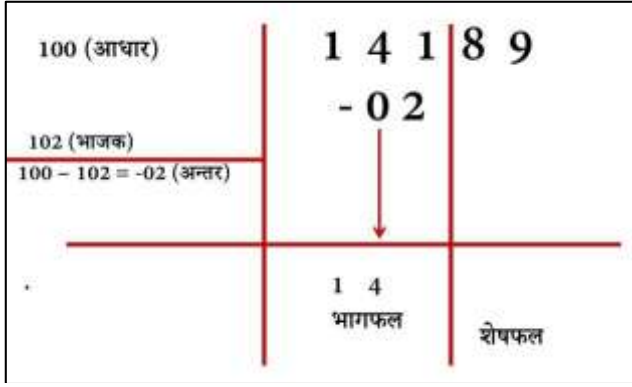
- अब अन्तर (-02) को नीचे उतारे गए अंक (1) से गुणा करें $= -02 \times 1 = -02$, इसे नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार लिखें

100 (आधार)	1 4 1	8 9
102 (भाजक)		
$100 - 102 = -02$ (अन्तर)		
$-02 \times 1 = -02$		
	1	भागफल
		शेषफल

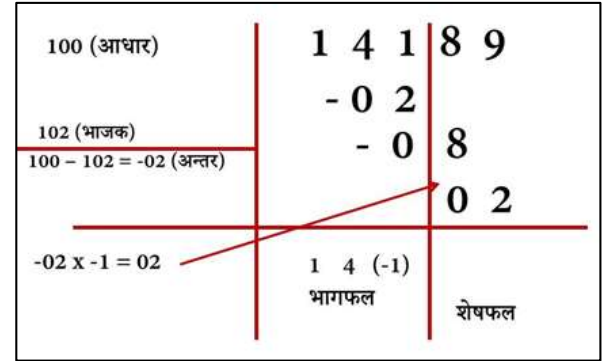
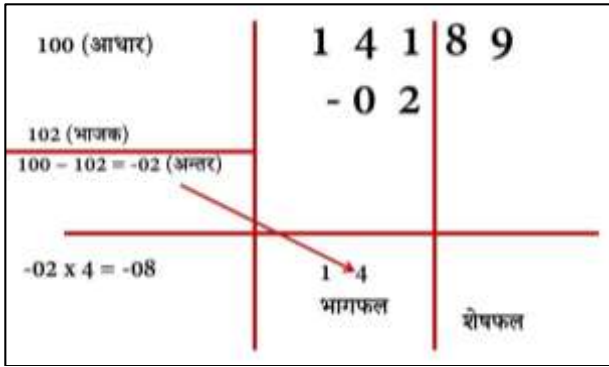
- अब प्राप्त गुणनफल (-02) को भाज्य 14189 के अगले अंक 41 के नीचे लिखें।

100 (आधार)	1 4 1	8 9
102 (भाजक)		
$100 - 102 = -02$ (अन्तर)		
$-02 \times 1 = -02$		
	1	भागफल
		शेषफल

- 4 में से 0 घटाने पर संख्या प्राप्त हुई $4 - 0 = 4$

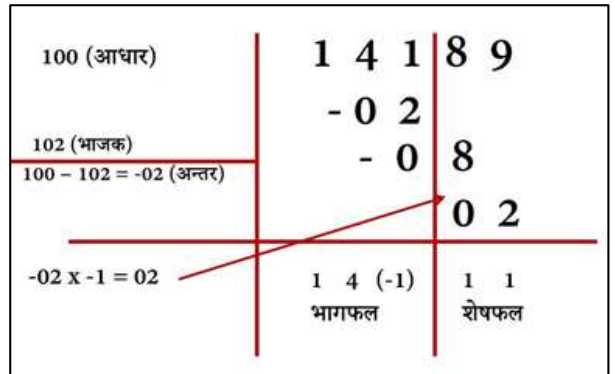
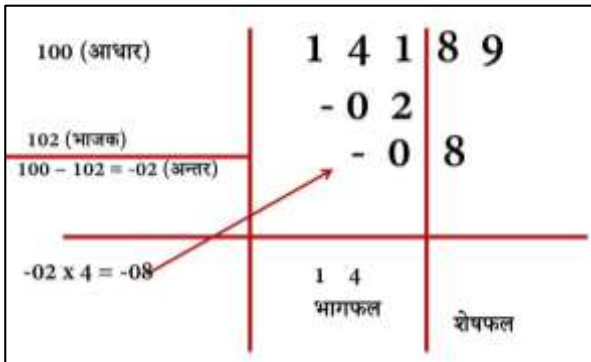


- अब अन्तर (-02) को अगले अंक (4) से गुणा करें = $-02 \times 4 = -08$



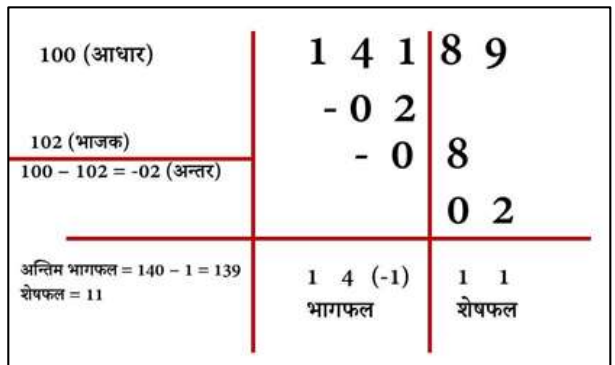
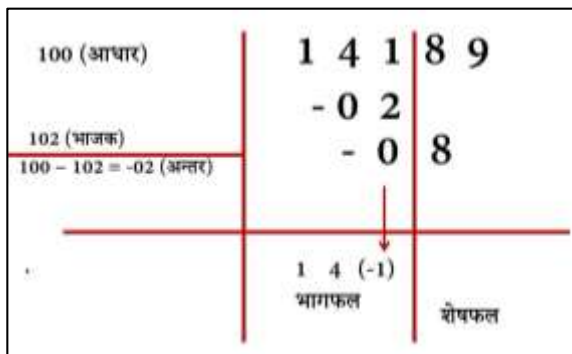
- अब प्राप्त अंकों को यथास्थान जोड़ दिया जाए, जोड़ने पर भागफल प्राप्त हुआ $14(-1)$ व शेष 11

- अब प्राप्त गुणनफल (-08) को भाज्य 14189 के अगले अंक 18 के नीचे लिखें।



- 14 (-1) को इस प्रकार समझना चाहियें - $140 - 1$.
- अब अन्तिम भागफल प्राप्त करने हेतु 140 में से 1 घटा दिया जाए = $140 - 1 = 139$

- अब 1 में से 2 व 0 घटाने पर संख्या प्राप्त हुई = -1



- अब अन्तर (-02) को प्राप्त अंक (-1) से गुणा करें = $-02 \times -1 = 02$, इसे नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार लिखें।

- अब दाईं ओर की संख्याओं को देखें, शेषफल प्राप्त करने हेतु $9 + 2 = 11$ इस 11 में से 1 शेषफल में रखें तथा 1 बाईं संख्या को हासिल दें।

- हासिल देने पर $8 + 1 = 9$, तथा 9 में से 8 घटाने पर संख्या प्राप्त हुई 1
- एतदनुसार $14189 \div 102 =$ भागफल - 139, शेष - 11

जहाँ अन्तर ऋणात्मक (-) हो व शेष भी ऋणात्मक (-) हो

- आइये अब एक उदाहरण के माध्यम से इसे समझते हैं - $14520 \div 111$
- यहाँ भाज्य '14520' तथा भाजक '111'
- यहाँ भाजक '111' आधार '100' से बड़ा है अतः आधार '100' में से भाजक '111' को घटा कर अन्तर प्राप्त करना होगा $100 - 111 = -11$
- अतः आधार = 100, भाजक = 111 व अन्तर = -11

100 (आधार)	14520 (भाज्य)
111 (भाजक)	
$100 - 111 = -11$ (अन्तर)	
	भागफल
	शेषफल

- इस विधि में यह सदैव ध्यान रखना चाहिए कि आधार में जितने शून्य होते हैं, भाज्य के इकाई की ओर से उतने ही अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची जाती है।
- यहाँ आधार संख्या (100) में दो शून्य हैं, अतः भाज्य (14520) के इकाई की ओर से दो (20) अंक छोड़कर दायीं ओर विभाजन रेखा खींची गई है।
- भाज्य के बाईं ओर भी एक सीधी रेखा खींची गई है। इस रेखा के बाईं ओर भाजक 111 लिखकर उसके नीचे आधार 100 व भाजक 111 का अंतर -11 लिखा गया है।
- यहाँ आधार संख्या (100) में दो शून्य हैं, अतः शेष भी अधिकतम दो ही अंकों का होगा।
- अब हम भाज्य 14520 के पहले अंक 1 को नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार नीचे लाते हैं, क्योंकि भाग की आधार पद्धति में यह नियम है कि भाज्य का प्रथम अंक यथावत् नीचे उतार लिया जाता है।

100 (आधार)	14520 (भाज्य)
111 (भाजक)	
$100 - 111 = -11$ (अन्तर)	
	1
	भागफल
	शेषफल

- अब अन्तर (-11) को नीचे उतारे गए अंक (1) से गुणा करें $= -11 \times 1 = -11$, इसे नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार लिखें

100 (आधार)	14520 (भाज्य)
111 (भाजक)	
$100 - 111 = -11$ (अन्तर)	
$-11 \times 1 = -11$	1
	भागफल
	शेषफल

- अब प्राप्त गुणफल (-11) को भाज्य 14520 के अगले अंक 45 के नीचे लिखें।

100 (आधार)	14520 (भाज्य)
111 (भाजक)	
$100 - 111 = -11$ (अन्तर)	
$-11 \times 1 = -11$	11
	भागफल
	शेषफल

- 4 में से 1 घटाने पर संख्या प्राप्त हुई $4 - 1 = 3$

100 (आधार)	14520 (भाज्य)
111 (भाजक)	
$100 - 111 = -11$ (अन्तर)	
	13
	भागफल
	शेषफल

- अब अन्तर (-11) को अगले अंक (3) से गुणा करें $= -11 \times 3 = -33$

100 (आधार)	14520 (भाज्य)
111 (भाजक)	
$100 - 111 = -11$ (अन्तर)	
$-11 \times 3 = -33$	13
	भागफल
	शेषफल

- अब प्राप्त गुणफल (-33) को भाज्य 14520 के अगले अंक 52 के नीचे लिखें।

- 5 में से 1 व 3 घटाने पर संख्या प्राप्त हुई = 1

100 (आधार)	1 4 5	2 0
111 (भाजक)	- 1 1	
100 - 111 = -11 (अन्तर)	- 3 3	
-11 x 3 = -33	1 3 1	
	भागफल	शेषफल

- अब अन्तर (-11) को प्राप्त अंक (1) से गुणा करें = $-11 \times 1 = -11$, इसे नीचे दिए गए रेखाचित्र के अनुसार लिखें।

100 (आधार)	1 4 5	2 0
111 (भाजक)	- 1 1	
100 - 111 = -11 (अन्तर)	- 3 3	
-11 x 1 = -11	1 3 1	
	भागफल	शेषफल

- अब प्राप्त गुणनफल (-11) को भाज्य 14520 के अगले अंक 20 के नीचे लिखें।
- अब 2 में से 3 व 1 घटाने पर संख्या प्राप्त हुई = -2
- व 0 में से 1 घटाने पर संख्या प्राप्त हुई = -1

100 (आधार)	1 4 5	2 0
111 (भाजक)	- 1 1	
100 - 111 = -11 (अन्तर)	- 3 3	
-11 x 1 = -11	1 3 1	-2 -1
	भागफल	शेषफल

- अब प्राप्त अंकों को यथास्थान घटा दिया जाए, घटाने पर संख्याएँ प्राप्त हुई 131 व -2 -1
- जब शेष ऋणात्मक हो तो भागफल में से 1 अंक घटाकर अन्तिम भागफल प्राप्त करें $131 - 1 = 130$
- अन्तिम शेष प्राप्त करने हेतु भाजक (111) में से शेष (-21) घटा दें = $111 - 21 = 90$

100 (आधार)	1 4 5	2 0
111 (भाजक)	- 1 1	
100 - 111 = -11 (अन्तर)	- 3 3	
अन्तिम भागफल = $131 - 1 = 130$	1 3 1	-2 -1
अन्तिम शेषफल = $111 - 21 = 90$	भागफल	शेषफल

- एतदनुसार $14520 \div 111 =$ भागफल = 130, शेष = 90.

इस शोध पत्र में हमने गणित के कुछ प्रश्नों को बड़े ही रोचक तरीके से हल करने की प्रक्रिया को समझा। संख्याओं को गुणा करना हो, व्यकलन करना हो अथवा भाग करना हो तो कुछ विशेष प्रकार के प्रश्नों को इस निखिलं नवतः चरमं दशतः सूत्र के माध्यम से बड़ी ही सरलता व शीघ्रता से हल किया जा सकता है।

सन्दर्भ

1. Ancient Indian mathematics – T.S Bhanumurthy, wiley eastern ltd. Lucknow.
2. History of Indian mathematics Dr. BB Dutta and Dr. A.N. Singh.
3. Vedic metaphysics S bharati krisna tirthji Motilal Banarasidas Delhi.
4. गणित का इतिहास – सुधाकर द्विवेदी, बनारस प्रभाकरी प्रिंटिंग प्रेस, वाराणसी.
5. लीलावती भास्कराचार्य, चौखम्बा विद्याभवन, वाराणसी.
6. वैदिक गणित – भारती कृष्णा तीर्थ, मोतीलाल बनारसी दास, दिल्ली २०११.
7. वैदिक गणित भाग १, २, ३, ४ दिलीप कुलकर्णी, पुणे
8. वैदिक गणित विहंगम दृष्टि डॉ. कैलाश विश्वकर्मा.
9. वैदिक गणित समग्र दृष्टि डॉ. कैलाश, श्रीमती किरण शर्मा ब्रह्मानन्द स्नातकोत्तर महाविद्यालय हमीरपुर उत्तर प्रदेश.
10. वैदिक गणित सम्बन्धी सम्पूर्ण साहित्य – डॉ. नरेंद्र पुरी, रुड़की विश्वविद्यालय उत्तर प्रदेश.
11. सिद्धान्त शिरोमणि भास्कराचार्य चौखम्बा विद्याभवन, वाराणसी.