International Journal of Sanskrit Research
अनन्ता

ISSN: 2394-7519
IJSR 2021; 7(5): 352-358

www.anantaajournal.com
Received: 26-07-2021
Accepted: 30-08-2021

डॉ. ज्योति
असिस्टेंट प्रोफ़ेसर, संस्कृत एवं प्राच्य विद्या अध्ययन संस्थान, जवाहरलालनेहरू विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

डॉ. आशीष कुमार
असिस्टेंट प्रोफ़ेसर, संस्कृत संकाय, मानविकी विद्यापीठ, इग्नू, दिल्ली, भारत

डॉ. अनीता रानी
संस्कृत शिक्षिका, राजकीय कन्या उच्चतर माध्यमिक विद्यालय नम्बर -2, उत्तम नगर, दिल्ली, भारत

डॉ. प्रीति
असिस्टेंट प्रोफ़ेसर, संस्कृत विभाग, विवेकानन्द महाविद्यालय, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

लक्ष्मी देवी
टी. जी. टी. संस्कृत, डायरेक्टर ऑफ़ एजुकेशन, गवर्मेंट ऑफ़ एन. सी. टी. ऑफ़ दिल्ली, एस के वी मटियाला, न्यू दिल्ली 59, भारत

Corresponding Author:
डॉ. ज्योति
असिस्टेंट प्रोफ़ेसर, संस्कृत एवं प्राच्य विद्या अध्ययन संस्थान, जवाहरलालनेहरू विश्वविद्यालय, दिल्ली, भारत

वैदिक गणितीय सूत्र 'एकन्यूनेन पूर्वेण' की विविध आनुप्रयोगिक विधियाँ

डॉ. ज्योति, डॉ. आशीष कुमार, डॉ. अनीता रानी, डॉ. प्रीति, लक्ष्मी देवी

प्रस्तावना

जगद्गुरु स्वामी श्री भारती कृष्ण तीर्थ महाराज जी के द्वारा वैदिक गणित के 16 सूत्र व 13 उपसूत्र बतलाये गए हैं, जिनके माध्यम से अत्यंत सरल व मौखिक रूप से गणित के कठिन प्रश्नों को भी शीघ्रातिशीघ्र हल किया जा सकता है। गणित की विभिन्न शाखाओं पर ये सूत्र लागू होते हैं; यथा अंकगणित, बीजगणित, रेखा गणित – समतल तथा गोलीय त्रिकोणमिति – समतल एवं घन ज्यामितीय और वैश्लेषिक। शंकव, ज्योतिर्विज्ञान, समाकल तथा अवकल-कलन इत्यादि में भी ये सूत्र उपयोगी हैं। वस्तुतः शुद्ध तथा प्रयुक्त गणित में ऐसा कोई भाग नहीं है, जिसमें इनका अनुप्रयोग न हो। इन्हीं सूत्रों में से एक सूत्र है 'एकन्यूनेन पूर्वेण'। इस सूत्र के माध्यम से गणित के कुछ विशेष प्रश्नों को बड़ी ही आसानी से हल किया जा सकता है।

'एकन्यूनेन पूर्वेण' सूत्र का अर्थ

सूत्र का अर्थ = पहले वाली (संख्या) से एक कम के द्वारा। (By one less than the previous one.)
यहाँ एकन्यून से तात्पर्य है - एक कम अर्थात्
1 का एकन्यून 0 है। (1 - 1 = 0)
2 का एकन्यून 1 है। (2 - 1 = 1)
10 का एकन्यून 9 है। (10 - 1 = 9)
25 का एकन्यून 24 है। (25 - 1 = 24)
37 का एकन्यून 36 है। (37 - 1 = 36)
56 का एकन्यून 55 है। (56 - 1 = 55)
99 का एकन्यून 98 है। (99 - 1 = 98)

इस एक सूत्र के माध्यम से हम गुणा, घटाने की प्रक्रिया कर सकते हैं। ध्यातव्य है कि यह सूत्र सर्वत्र लागू नहीं किया जा सकता। इस सूत्र की कुछ सीमाएँ हैं। आइये सबसे पहले हम इस सूत्र से गुणन विधि को जानेंगें।

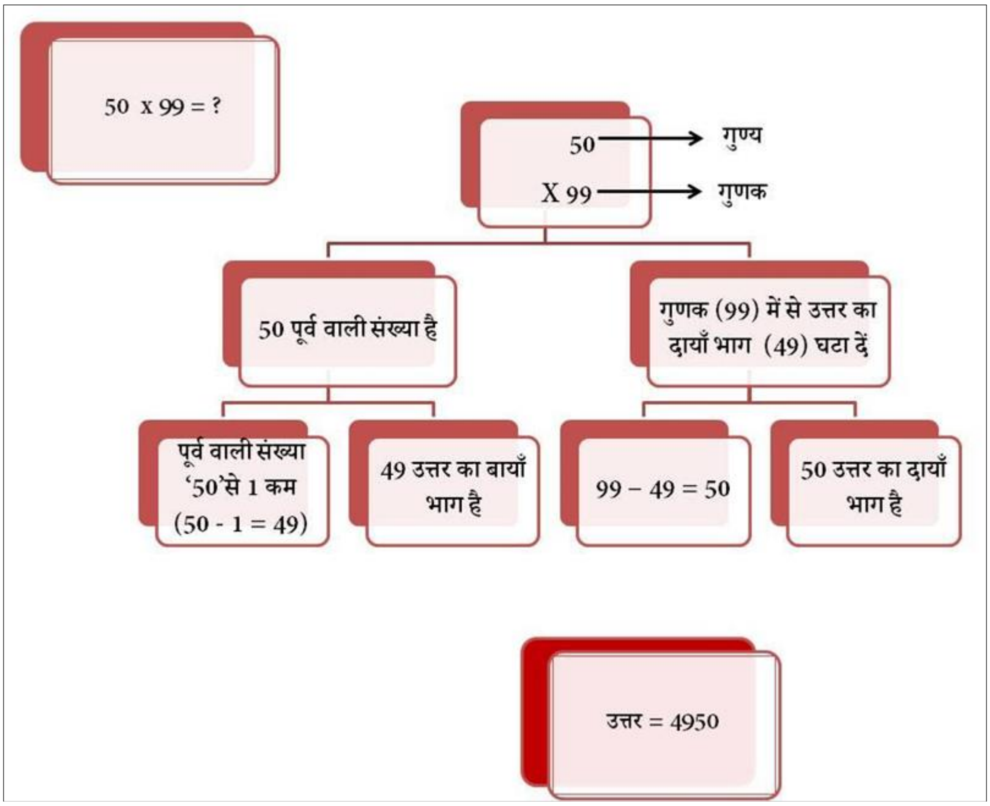
गुणन विधि

(1) केवल 9 अंक से बनी संख्याओं से गुणन -

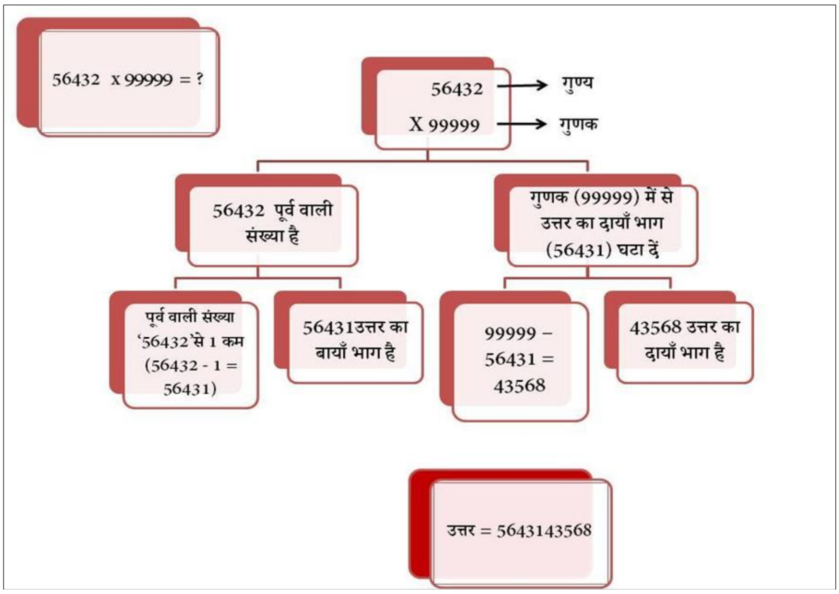
- यहाँ सर्वप्रथम यह ज्ञातव्य है कि गुण्य व गुणक क्या होते हैं। इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं, यथा – 432 x 999। यहाँ 432 - गुण्य है तथा 999 गुणक है।
- इस गुणा करने की पद्धति में यह नियम है कि गुणक अर्थात् गुणा करने वाली संख्या में केवल 9 का अंक ही हो। 9 से अतिरिक्त कोई अन्य अंक न हो।
- इस प्रकार के गुणक तीन प्रकार के हो सकते हैं, आइये अब उन पर विचार करें – (i) गुण्य संख्या जिससे गुणा करना हो उस संख्या में जितने अङ्क हों, गुणक में भी उतने ही अंक होने चाहियें अर्थात् जब गुण्य व गुणक दोनों में अंकों की संख्या समान हो। (ii) गुण्य संख्या के अंकों से गुणक के अंक अधिक हों। (iii) गुण्य संख्या के अंकों से गुणक के अंक कम हों। आइय अब क्रमशः इन पर उदाहरण सहित विचार करें।

जब गुण्य व गुणक दोनों में अंकों की संख्या समान हो

- उदाहरण के तौर पर 50 x 99, 439 x 999, 6789 x 9999, 56432 x 99999
- 50 x 99 में गुण्य 50 है तथा गुणक 99 है। यहाँ गुण्य तथा गुणक में दो दो अंक हैं अतः गुण्य व गुणक दोनों में अंकों की संख्या समान है
- 439 x 999 में गुण्य 439 है तथा गुणक 999 है। यहाँ गुण्य तथा गुणक में तीन तीन अंक हैं, अतः गुण्य व गुणक दोनों में अंकों की संख्या समान है
- 6789 x 9999 में गुण्य 6789 है तथा गुणक 9999 है। यहाँ गुण्य तथा गुणक में चार चार अंक हैं, अतः गुण्य व गुणक दोनों में अंकों की संख्या समान है
- 56432 x 99999 में गुण्य 56432 है तथा गुणक 99999 है। यहाँ गुण्य तथा गुणक में पाँच पाँच अंक हैं, अतः गुण्य व गुणक दोनों में अंकों की संख्या समान है
- अब यदि हमें 50 x 99 गुणा करना है तो यहाँ हम एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र के माध्यम से इसे बड़ी ही आसानी से हल किया जा सकता है।
- सूत्र कहता है कि – पूर्व अर्थात् पहले वाली संख्या से एक कम के द्वारा।
- 50 x 99 में पूर्व संख्या है 50
- 50 में से एक न्यून अर्थात् कम करने पर संख्या प्राप्त हुई 49 (50-1 = 49)
- 49 उत्तर का बायाँ भाग है।
- उत्तर का दायाँ भाग प्राप्त करने के लिए गुणक में से अर्थात् 99 में से उत्तर के बाएँ भाग (49) को घटा दें
- 99 – 49 = 50 यह उत्तर का दायाँ भाग है।
- अतः हमारा उत्तर है - 50 x 99 = 4950
- गुणा करने की इस विधि को अब हम चित्र के माध्यम से समझते हैं।

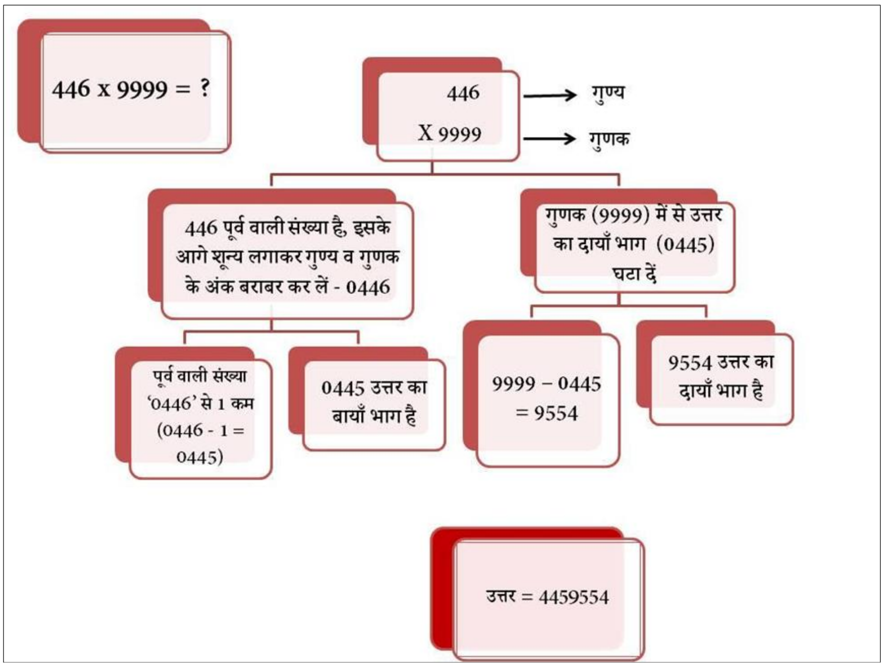


- एक अन्य उदाहरण से पुनः अब इस गुणा करने की विधि को समझते हैं।
- अब यदि हमें 56432 x 99999 गुणा करना है तो यहाँ हम एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र के माध्यम से इसे बड़ी ही आसानी से हल किया जा सकता है।
- सूत्र कहता है कि – पूर्व अर्थात् पहले वाली संख्या से एक कम के द्वारा।
- 56432 x 99999 में पूर्व संख्या है 56432
- 56432 में से एक न्यून अर्थात् कम करने पर संख्या प्राप्त हुई 56431 (56432 - 1 = 56431)
- 56431 उत्तर का बायाँ भाग है।
- उत्तर का दायाँ भाग प्राप्त करने के लिए गुणक में से अर्थात् 99999 में से उत्तर के बाएँ भाग (56431) को घटा दें
- 99999 – 56431 = 43568 यह उत्तर का दायाँ भाग है।
- अतः हमारा उत्तर है - 56432 x 99999 = 5643143568
- गुणा करने की इस विधि को अब हम चित्र के माध्यम से समझते हैं।

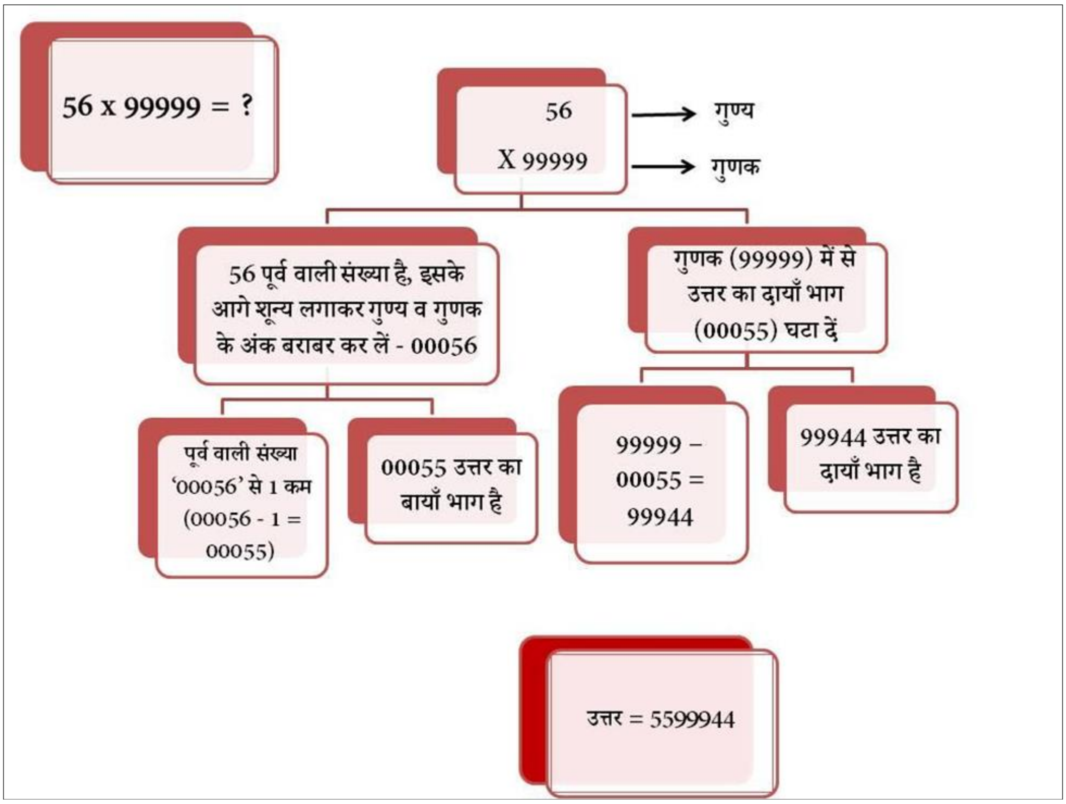


जब गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से अधिक हो –

- उदाहरण के तौर पर 346 x 9999, 439 x 9999, 6789 x 999999, 56 x 99999
- 346 x 9999 में गुण्य 346 है तथा गुणक 9999 है। यहाँ गुण्य के अंकों की संख्या 3 है तथा गुणक के अंकों की संख्या 4 है, अतः यहाँ गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से अधिक है।
- 439 x 9999 में गुण्य 439 है तथा गुणक 9999 है। यहाँ गुण्य के अंकों की संख्या 3 है तथा गुणक के अंकों की संख्या 4 है, अतः यहाँ गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से अधिक है।
- 6789 x 999999 में गुण्य 6789 है तथा गुणक 9999 है। यहाँ गुण्य के अंकों की संख्या 4 है तथा गुणक के अंकों की संख्या 6 है, अतः यहाँ गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से अधिक है।
- 56 x 99999 में गुण्य 56 है तथा गुणक 99999 है। यहाँ गुण्य के अंकों की संख्या 2 है तथा गुणक के अंकों की संख्या 5 है, अतः यहाँ गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से अधिक है।
- अब यदि हमें 446 x 9999 गुणा करना है, तो यहाँ हम एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र के माध्यम से इसे बड़ी ही आसानी से हल किया जा सकता है।
- यहाँ गुण्य के अंकों की संख्या 3 है तथा गुणक के अंकों की संख्या 4 है, अतः यहाँ गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से अधिक है।
- इसे हल करने की विधि यही है कि गुण्य के पहले शून्य लगाकर अंक बराबर कर लें। 0446 x 9999
- सूत्र कहता है कि – पूर्व अर्थात् पहले वाली संख्या से एक कम के द्वारा।
- 0446 x 9999 में पूर्व संख्या है - 0446
- 0446 में से एक न्यून अर्थात् कम करने पर संख्या प्राप्त हुई 0445 (0446 - 1 = 0445)
- 0445 उत्तर का बायाँ भाग है।
- उत्तर का दायाँ भाग प्राप्त करने के लिए गुणक में से अर्थात् 9999 में से उत्तर के बाएँ भाग (0445) को घटा दें
- 9999 – 0445 = 9554 यह उत्तर का दायाँ भाग है।
- अतः हमारा उत्तर है - 446 x 9999 = 4459554
- गुणा करने की इस विधि को अब हम चित्र के माध्यम से समझते हैं।

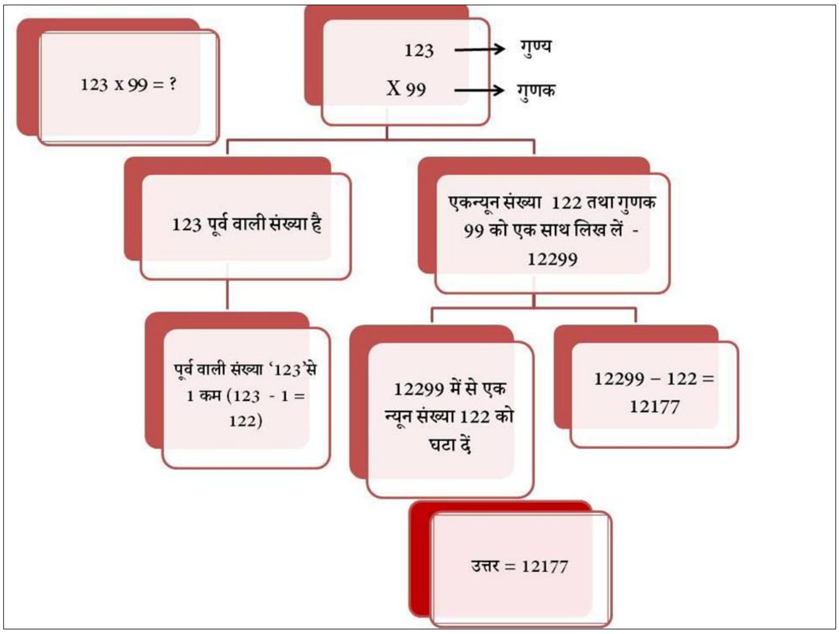


- एक अन्य उदाहरण से पुनः अब इस गुणा करने की विधि को समझते हैं।
- अब यदि हमें 56 x 99999 गुणा करना है तो यहाँ हम एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र के माध्यम से इसे बड़ी ही आसानी से हल किया जा सकता है।
- यहाँ गुण्य के अंकों की संख्या 2 है तथा गुणक के अंकों की संख्या 5 है, अतः यहाँ गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से अधिक है।
- इसे हल करने की विधि यही है कि गुण्य के पहले शून्य लगाकर अंक बराबर कर लें। 00056 x 99999
- सूत्र कहता है कि – पूर्व अर्थात् पहले वाली संख्या से एक कम के द्वारा।
- 00056 x 99999 में पूर्व संख्या है - 00056
- 00056 में से एक न्यून अर्थात् कम करने पर संख्या प्राप्त हुई 00055 (00056 - 1 = 00055)
- 00055 उत्तर का बायाँ भाग है।
- उत्तर का दायाँ भाग प्राप्त करने के लिए गुणक में से अर्थात् 99999 में से उत्तर के बाएँ भाग (00055) को घटा दें
- 99999 – 00055 = 99944 यह उत्तर का दायाँ भाग है।
- अतः हमारा उत्तर है - 56 x 99999 = 5599944
- गुणा करने की इस विधि को अब हम चित्र के माध्यम से समझते हैं।

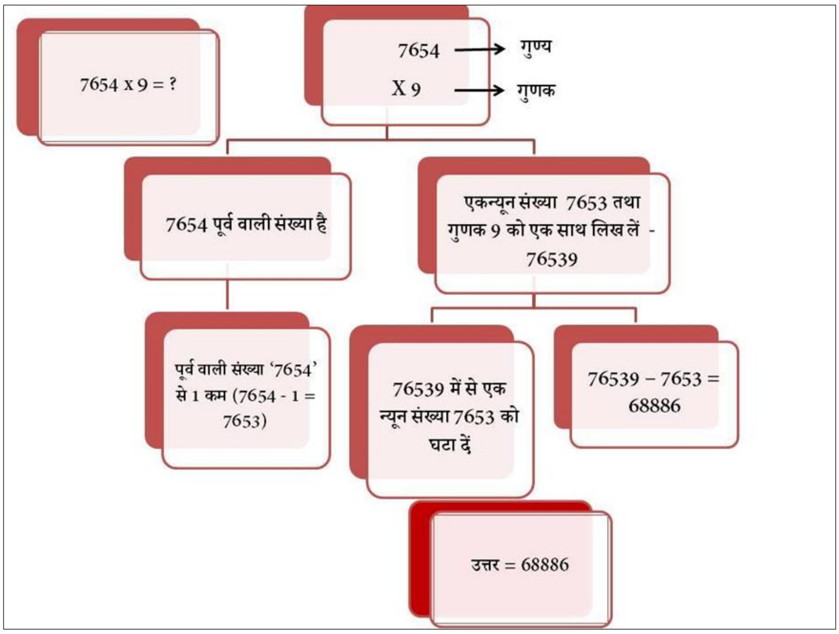


जब गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से कम हो –

- उदाहरण के तौर पर 123 x 99
- 123 x 99 में गुण्य 123 है तथा गुणक 99 है। यहाँ गुण्य के अंकों की संख्या 3 है तथा गुणक के अंकों की संख्या 2 है, अतः यहाँ गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से कम है।
- सूत्र कहता है कि – पूर्व अर्थात् पहले वाली संख्या से एक कम के द्वारा।
- 123 x 99 में पूर्व संख्या है - 123
- 123 में से एक न्यून अर्थात् कम करने पर संख्या प्राप्त हुई - 122 (123 - 1 = 122)
- अब एकन्यून संख्या अर्थात् 122 तथा गुणक 99 को एक साथ एक पंक्ति में लिख लें - 12299
- इसके पश्चात् प्राप्त संख्या 12299 में से एक न्यून संख्या 122 को घटा दें 12299 – 122 = 12177
- यही हमारा उत्तर है – 123 x 99 = 12177
- गुणा करने की इस विधि को अब हम चित्र के माध्यम से समझते हैं।



- एक अन्य उदाहरण से पुनः अब इस गुणा करने की विधि को समझते हैं।
- उदाहरण के तौर पर 7654 x 9
- 7654 x 9 में गुण्य 7654 है तथा गुणक 9 है। यहाँ गुण्य के अंकों की संख्या 4 है तथा गुणक के अंकों की संख्या 1 है, अतः यहाँ गुणक के अंकों की संख्या गुण्य के अंकों की संख्या से कम है।
- सूत्र कहता है कि – पूर्व अर्थात् पहले वाली संख्या से एक कम के द्वारा।
- 7654 x 9 में पूर्व संख्या है - 7654
- 7654 में से एक न्यून अर्थात् कम करने पर संख्या प्राप्त हुई 7653 (7654 - 1 = 7653)
- अब एकन्यून संख्या अर्थात् 7653 तथा गुणक 9 को एक साथ एक पंक्ति में लिख लें - 76539
- इसके पश्चात् प्राप्त संख्या 76539 में से एक न्यून संख्या 7653 को घटा दें 76539 – 7653 = 68886
- यही हमारा उत्तर है – 7654 x 9 = 68886
- गुणा करने की इस विधि को अब हम चित्र के माध्यम से समझते हैं।



- ध्यातव्य है कि यह विधि ऊपर वर्णित दो परिस्थितियों पार भी समान रूप से लागू होती है।

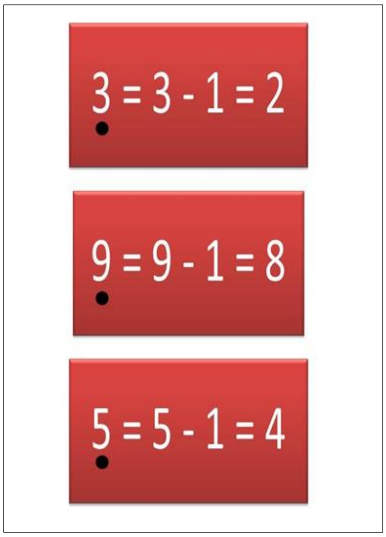
व्यवकलन विधि

(क) हासिल (Borrowing) वाले व्यवकलन

व्यवकलन या घटाने की प्रक्रिया एकन्यून करते जाने की ही प्रक्रिया है। उदाहरण के तौर पर यदि 4 में से 3 घटाना है तो 4 में से तीन बार एक-एक घटाया जायेगा अथवा 4 को 3 बार एकन्यून किया जाये। यह सूत्र केवल वहीं लागू होता है जहाँ हासिल वाले प्रश्नों को हल करना हो। अब हम 'एकन्यूनेन पूर्वेण' सूत्र से घटाने की प्रक्रिया को समझेंगे।

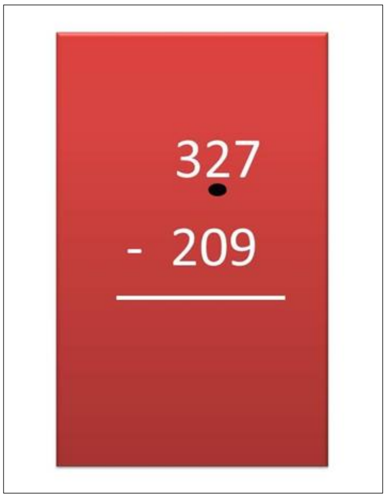
- सूत्र है 'एकन्यूनेन पूर्वेण' - सूत्र कहता है कि – पूर्व अर्थात् पहले वाली संख्या से एक कम के द्वारा।

- सुविधा के लिए हम एक न्यून को दर्शाने के लिये के लिए एक चिह्न 'बिंदु' (•) निश्चित कर लेते हैं। बिंदु (•) का मान 1 होता है। किसी अंक के नीचे यदि बिन्दु लगाया गया है, तो उसे एक न्यून अर्थात् एक कम मानना चाहिए, यथा –

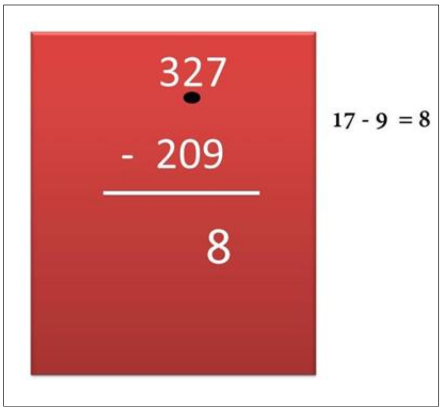


- घटाते समय यदि ऊपर वाला अंक छोटा हो व नीचे वाला अंक बड़ा तो ऊपर वाले अंक के बाईं ओर के अंक के नीचे एक न्यून बिन्दु लगा देना चाहिए और फिर पुनः घटाने की प्रक्रिया प्रारम्भ कर देनी चाहिए।
- इसे अब एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं – हमें 327 में से 209 घटाना है।

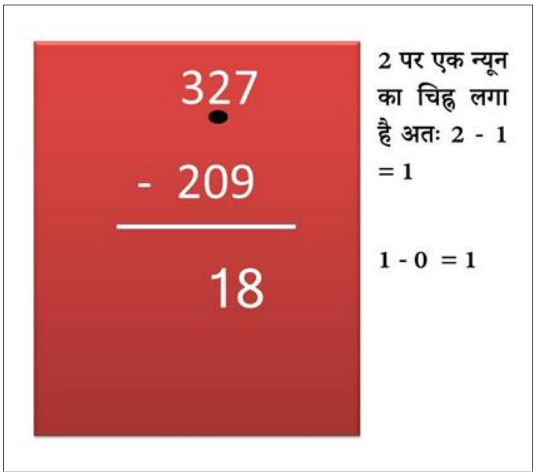
- सबसे पहले इकाई के अंक में से इकाई के अंक को घटाना प्रारम्भ करते हैं। इकाई के अंक हैं – 7 तथा 9।
- यहाँ 7 में से 9 को घटाया नहीं जा सकता, अतः 7 के बाईं ओर वाले अंक 2 के नीचे एक न्यून का चिह्न लगा देंगे।



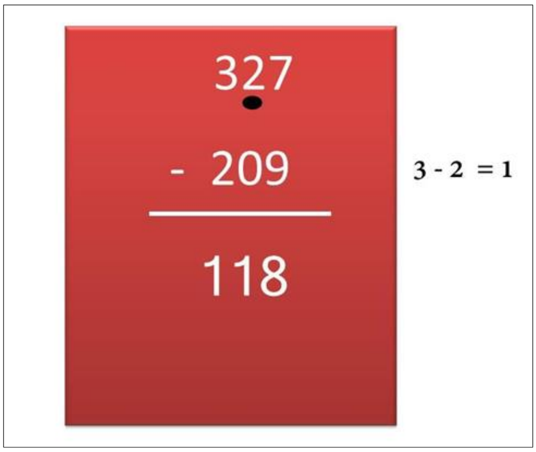
- अब 2 में से एक न्यून कर के 1 अंक बाएँ के 7 अंक को हासिल देंगे जिससे 7 अब केवल 7 न रहकर 17 हो जाएगा।
- 17 में से 9 को घटाएँ, घटाने पर संख्या प्राप्त हुई - 8 (17 – 9 = 8)



- अब दहाई अंक 2 जिस पर एक न्यून चिह्न लगा है, इसलिए वह अब 2 न होकर 1 हो गया है – (2 – 1 = 1)
- इस 1 अंक में से दहाई का 0 घटायें (1 – 0 = 1)



- अब सैकड़ा अंक 3 में से सैकड़ा अंक 2 घटाएं। घटाने पर संख्या प्राप्त हुई 1 (3 – 2 = 1)



- अतः अब हमें उत्तर प्राप्त हुआ 327 – 209 = 118

घटाने की जाँच विधि

- घटने वाली (नीचे की) संख्या का बीजांक + उत्तर का बीजांक = ऊपर की संख्या का बीजांक
- घटने वाली (नीचे की) संख्या का बीजांक = 2 + 0 + 9 = 11, 1 + 1 = 2
- उत्तर का बीजांक = 1 +1 + 8 = 10, 1 + 0 = 1
- ऊपर की संख्या का बीजांक = 3 + 2 + 7 = 12, 1+ 2 = 3
- घटने वाली (नीचे की) संख्या का बीजांक (2) + उत्तर का बीजांक (1) = ऊपर की संख्या का बीजांक (3)
- 2 + 1 = 3, अतः उत्तर सही है।

इस शोध पत्र में हमने गणित के कुछ प्रश्नों को बड़े ही रोचक तरीके से हल करने की प्रक्रिया को समझा। संख्याओं को गुणा करना हो तथा व्यकलन करना हो तो कुछ विशेष प्रकार के प्रश्नों को इस एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र के माध्यम से बड़ी ही सरलता व शीघ्रता से हल किया जा सकता है।

सन्दर्भ

1. Ancient Indian mathematics – T.S Bhanumurthy, wiley eastern ltd. Lucknow.
2. History of Indian mathematics Dr. BB Dutta and Dr. A.N. Singh
3. Vedic metaphysics S bharati krisna tirthji Motilal Banarasidas Delhi
4. गणित का इतिहास – सुधाकर द्विवेदी, बनारस प्रभाकरी प्रिंटिंग प्रेस, वाराणसी
5. लीलावती भास्कराचार्य, चौखम्बा विद्याभवन, वाराणसी
6. वैदिक गणित – भारती कृष्णा तीर्थ, मोतीलाल बनारसी दास, दिल्ली २०११
7. वैदिक गणित भाग १,२,३,४ दिलीप कुलकर्णी, पुणे
8. वैदिक गणित विहंगम दृष्टि डॉ. कैलाश विश्वकर्मा
9. वैदिक गणित समग्र दृष्टि डॉ कैलाश, श्रीमती किरण शर्मा ब्रह्मानन्द स्नातकोत्तर महाविद्यालय हमीरपुर उत्तर प्रदेश
10. वैदिक गणित सम्बन्धी सम्पूर्ण साहित्य – डॉ. नरेंद्र पुरी, रुड़की विश्वविद्यालय उत्तर प्रदेश
11. सिद्धान्त शिरोमणि भास्कराचार्य चौखम्बा विद्याभवन, वाराणसी